



1) Dadas as matrizes $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -3 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 4 & 2 & 1 \end{bmatrix}$,

determine:

a) $A \cdot B$.

b) $B \cdot A$

c) $2A \cdot 3B$

Solução:

a)

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -3 \\ 1 & 5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 4 & 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \cdot 1 + 0 \cdot 4 & 1 \cdot 0 + 0 \cdot 2 & 1 \cdot 3 + 0 \cdot 1 \\ 2 \cdot 1 + (-3) \cdot 4 & 2 \cdot 0 + (-3) \cdot 2 & 2 \cdot 3 + (-3) \cdot 1 \\ 1 \cdot 1 + 5 \cdot 4 & 1 \cdot 0 + 5 \cdot 2 & 1 \cdot 3 + 5 \cdot 1 \end{bmatrix}$$

$$A \cdot B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ -10 & -6 & 3 \\ 21 & 10 & 8 \end{bmatrix}$$

b)

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 4 & 2 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -3 \\ 1 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \cdot 1 + 0 \cdot 2 + 3 \cdot 1 & 1 \cdot 0 + 0 \cdot (-3) + 3 \cdot 5 \\ 4 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 1 \cdot 1 & 4 \cdot 0 + 2 \cdot (-3) + 1 \cdot 5 \end{bmatrix}$$

$$B \cdot A = \begin{bmatrix} 4 & 15 \\ 9 & -1 \end{bmatrix}$$

c)

$$2A \cdot 3B = 6 \cdot AB = 6 \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ -10 & -6 & 3 \\ 21 & 10 & 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 0 & 18 \\ -60 & -36 & 18 \\ 126 & 60 & 48 \end{bmatrix}$$

2) Determine a matriz X, tal que $A \cdot X = B$, sendo $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 24 \\ 6 \end{pmatrix}$.

Solução:

$$A_{2 \times 2} \cdot X_{m \times n} = B_{2 \times 1} \Rightarrow m = 2 \text{ e } n = 1$$

$$\begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 24 \\ 6 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 4a + b \\ 2a - b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 24 \\ 6 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 4a + b = 24 \\ 2a - b = 6 \end{cases}$$

$$a = 5 \text{ e } b = 4$$

$$X = \begin{bmatrix} 5 \\ 4 \end{bmatrix}$$

3) (UFSM) Ao comprar os produtos necessários para fazer uma feijoada, uma dona de casa resolveu pesquisar preços em três supermercados. A matriz P dos preços está representada a seguir; a primeira linha mostra os preços por kg do supermercado A; a segunda, do supermercado B; a terceira, do supermercado C. Esses preços são relativos, respectivamente, aos produtos feijão, linguiça, tomate e cebola.

$$P = \begin{bmatrix} 2,05 & 9,89 & 2,48 & 1,78 \\ 1,93 & 11,02 & 2,00 & 1,60 \\ 1,70 & 10,80 & 2,40 & 1,20 \end{bmatrix} \quad Q = \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Sabendo que a matriz Q representa as quantidades necessárias, respectivamente, de feijão, linguiça, tomate e cebola, a dona de casa economizará mais se efetuar as compras no supermercado:

- a) A
- b) B
- c) C
- d) A ou B indiferentemente
- e) A ou C indiferentemente

Solução:

Para saber quanto sairá a compra no mercado A, por exemplo, ela precisará multiplicar o preço de cada item (1ª linha da matriz P) pela quantidade necessária de cada ingrediente (matriz Q).

$$P = \begin{matrix} & \begin{matrix} F_j & L_\varphi & T_m & C_b \end{matrix} \\ \begin{matrix} A \\ B \\ C \end{matrix} & \begin{bmatrix} 2,05 & 9,89 & 2,48 & 1,78 \\ 1,93 & 11,02 & 2,00 & 1,60 \\ 1,70 & 10,80 & 2,40 & 1,20 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad Q = \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} \begin{matrix} F_j \\ L_\varphi \\ T_m \\ C_b \end{matrix}$$

Dessa forma, teremos que efetuar o produto $P \cdot Q$.

Assim:

$$P \cdot Q = \begin{bmatrix} 2,05 & 9,89 & 2,48 & 1,78 \\ 1,93 & 11,02 & 2,00 & 1,60 \\ 1,70 & 10,80 & 2,40 & 1,20 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{matrix} A \\ B \\ C \end{matrix} \begin{bmatrix} 50,22 \\ 51,51 \\ 49,30 \end{bmatrix}$$

Opção C

4) (CESGRANRIO) Na área de Informática, as operações com matrizes aparecem com grande frequência. Um programador, fazendo levantamento dos dados de uma pesquisa, utilizou as matrizes:

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 4 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}; C = A \cdot B. \text{ O elemento } \mathbf{C_{23}} \text{ da matriz } C \text{ é igual a:}$$

a) 18

b) 15

c) 14

d) 12

e) 9

Solução:

Não é necessário calcular a matriz C, basta multiplicar a 2ª linha da matriz A pela 3ª coluna da matriz B.

$$c_{23} = 3 \cdot 2 + 1 \cdot 2 + 4 \cdot 1 = 12$$

Opção D

5) (UFRJ) As faculdades A e B oferecem somente cursos de Medicina e Engenharia. A tabela a seguir apresenta as percentagens dos alunos que concluíram seus cursos em 1995, distribuídos segundo sua faculdade e seu curso.

	Medicina	Engenharia
Fac. A	40%	60%
Fac. B	30%	70%

Sabe-se que esses alunos estão atualmente empregados ou desempregados, de acordo com os índices abaixo:

	Empregado	Desempregado
Medicina	70%	30%
Engenharia	20%	80%

A tabela abaixo deve apresentar as percentagens dos alunos que concluíram seus cursos em 1995, porém distribuídos por faculdade e situação ocupacional (empregados/desempregado).

	Empregado	Desempregado
Fac. A	X	Y
Fac. B	Z	W

Determine o valor de W.

- a) 35% b) 80% c) 75% d) 45% e) 65%

Solução:

O elemento W é o resultado do produto da 2ª linha da matriz 1 com a 2ª coluna da matriz 2.

	Medicina	Engenharia
Fac. A	40%	60%
Fac. B	30%	70%

·

	Empregado	Desempregado
Medicina	70%	30%
Engenharia	20%	80%

=

	Empregado	Desempregado
Fac. A	X	Y
Fac. B	Z	W

$$W = \frac{30}{100} \cdot \frac{30}{100} + \frac{70}{100} \cdot \frac{80}{100} = \frac{9}{100} + \frac{56}{100} = \frac{65}{100} = 65\%$$

Opção E

6) (UFRGS) A matriz C fornece, em reais, o custo das porções de arroz, carne e salada usados num restaurante. A matriz P fornece o número de porções de arroz, carne e salada usados na composição dos pratos tipo P₁, P₂ e P₃.

$$C = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} \begin{array}{l} \text{arroz} \\ \text{carne} \\ \text{salada} \end{array} \quad P = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 0 \end{pmatrix} \begin{array}{l} \text{prato } P_1 \\ \text{prato } P_2 \\ \text{prato } P_3 \end{array}$$

A matriz que fornece o custo de produção, em reais, dos pratos P₁, P₂ e P₃ é:

a) $\begin{pmatrix} 7 \\ 9 \\ 8 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} 9 \\ 11 \\ 4 \end{pmatrix}$

d) $\begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ 8 \end{pmatrix}$

e) $\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$

Solução:

Basta efetuar o produto P·Q.

Assim:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \cdot 1 + 1 \cdot 3 + 1 \cdot 2 \\ 1 \cdot 1 + 2 \cdot 3 + 1 \cdot 2 \\ 2 \cdot 1 + 2 \cdot 3 + 0 \cdot 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 9 \\ 8 \end{pmatrix}$$

Opção A

7) (U.F. F - RJ) Lúcia resolve organizar uma festa de aniversário para seu filho e encomenda, para servir aos convidados, 107 refrigerantes, 95 sanduíches, 113 salgadinhos e 151 doces. Servirá a cada homem, 3 refrigerantes, 3 sanduíches 3 salgadinhos e 3 doces; a cada mulher, 2 refrigerantes, 2 sanduíches, 5 salgadinhos e 4 doces; a cada criança, 2 refrigerantes, 1 sanduíche e 4 doces. Para que não sobrem nem falem refrigerantes, sanduíches, salgadinhos, e doces, o número de pessoas que deve ser convidado é:

- a) 39 b) 40 c) 41 d) 42 e) 43

Solução:

Podemos, para resolver esta questão, considerar as matrizes:

$$S = \begin{matrix} \text{Refrigerantes} \\ \text{Sanduíches} \\ \text{Salgadinhos} \\ \text{Doces} \end{matrix} \begin{bmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \\ 3 & 5 & 0 \\ 3 & 4 & 4 \end{bmatrix}; P = \begin{bmatrix} h \\ m \\ c \end{bmatrix} \text{ e } T = \begin{matrix} \text{Refrigerantes} \\ \text{Sanduíches} \\ \text{Salgadinhos} \\ \text{Doces} \end{matrix} \begin{bmatrix} 107 \\ 95 \\ 113 \\ 151 \end{bmatrix}.$$

Pelo enunciado teremos a expressão: $S \cdot P = T$

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \\ 3 & 5 & 0 \\ 3 & 4 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} h \\ m \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3h + 2m + 2c \\ 3h + 2m + c \\ 3h + 5m + 0c \\ 3h + 4m + 4c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 107 \\ 95 \\ 113 \\ 151 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 3h + 2m + 2c = 107 \\ 3h + 2m + c = 95 \\ 3h + 5m = 113 \\ 3h + 4m + 4c = 151 \end{cases}$$

Basta resolver o sistema.

Observe que se isolarmos $3h$ na 3ª equação, podemos substituir a expressão nas outras três equações, ou seja:

$$\begin{cases} 3h + 2m + 2c = 107 \\ 3h + 2m + c = 95 \\ 3h + 5m = 113 \Rightarrow 3h = 113 - 5m \\ 3h + 4m + 4c = 151 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 113 - 5m + 2m + 2c = 107 \\ 113 - 5m + 2m + c = 95 \\ 113 - 5m + 4m + 4c = 151 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -3m + 2c = -6 \\ -3m + c = -18 \\ -m + 4c = 38 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -3m + 2c = -6 \\ 3m - c = 18 \end{cases} \Rightarrow c = 12 \text{ e } m = 10$$

$$3h = 113 - 5 \cdot 10 = 63 \Rightarrow h = 21$$

O total de convidados deverá ser igual a: $21 + 10 + 12 = 43$.

Opção E

8) (ENEM) Um aluno registrou as notas bimestrais de algumas de suas disciplinas numa tabela. Ele observou que as entradas numéricas da tabela formavam uma matriz 4x4, e que poderia calcular as médias anuais dessas disciplinas usando produto de matrizes. Todas as provas possuíam o mesmo peso, e a tabela que ele conseguiu é mostrada a seguir. Para obter essas médias, ele multiplicou a matriz obtida a partir da tabela por:

	1º bimestre	2º bimestre	3º bimestre	4º bimestre
Matemática	5,9	6,2	4,5	5,5
Português	6,6	7,1	6,5	8,4
Geografia	8,6	6,8	7,8	9,0
História	6,2	5,6	5,9	7,7

a) $\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$ b) $\begin{bmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{bmatrix}$ c) $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ d) $\begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \end{bmatrix}$ e) $\begin{bmatrix} \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} \end{bmatrix}$

Solução:

Para determinar as médias de cada disciplina, basta somar as notas bimestrais e dividir o resultado por quatro. Isso é equivalente a somar a quarta parte de cada nota bimestral, ou seja, em Matemática, por exemplo, temos que:

$$M = \frac{5,9 + 6,2 + 4,5 + 5,5}{4} = \frac{5,9}{4} + \frac{6,2}{4} + \frac{4,5}{4} + \frac{5,5}{4}$$

$N =$

	1º bimestre	2º bimestre	3º bimestre	4º bimestre
Matemática	5,9	6,2	4,5	5,5
Português	6,6	7,1	6,5	8,4
Geografia	8,6	6,8	7,8	9,0
História	6,2	5,6	5,9	7,7

 $\cdot X = M$

Para que o produto seja viável: $N_{4 \times 4} \cdot X_{m \times n} \Rightarrow m = 4$

A matriz X deverá apresentar 4 linhas e com todos os elementos iguais a 1/4.

Opção E