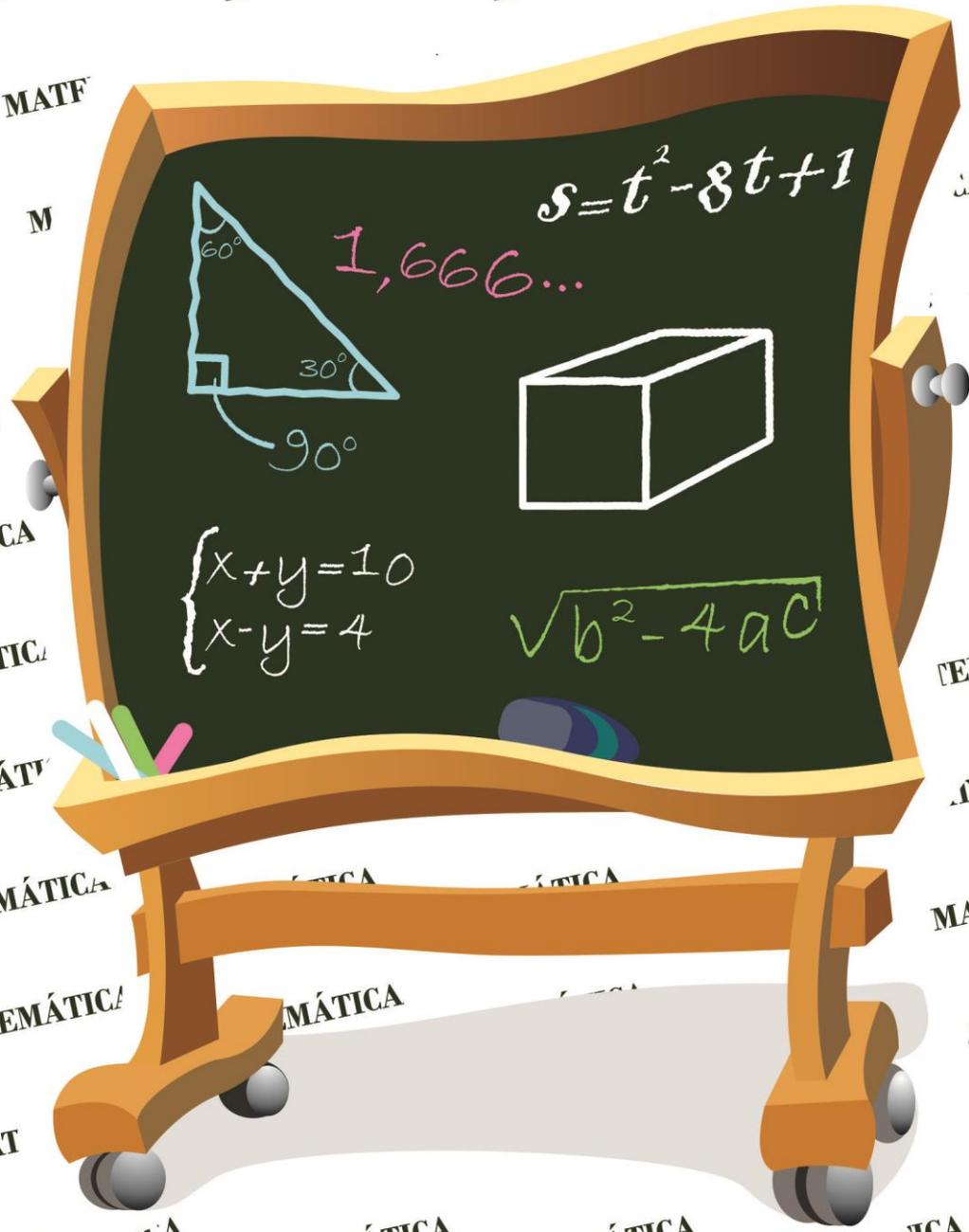


# MATEMÁTICA



# 3<sup>o</sup> ANO

## Geometria analítica

# RETA

## Parte 1

# RESUMO

## Equação reduzida da reta

$$y = mx + n$$

Onde:

- **m** que é chamado de **coeficiente angular da reta**, representa a **tangente do ângulo de inclinação** ( $\alpha$ ) da reta.
- **n** que é chamado de **coeficiente linear da reta**, representa a ordenada do ponto onde a **reta corta o eixo das ordenadas** (eixo y).

É importante saber que quando  $0^\circ < \alpha < 90^\circ$  **m** é **positivo**,; quando  $90^\circ < \alpha < 180^\circ$  **m** é **negativo**.

Coeficiente angular de uma reta a partir das coordenadas de dois pontos quaisquer da reta.

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

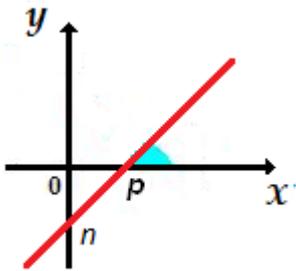
Equação da reta não vertical que passa pelo ponto  $A(x_0, y_0)$ , e tem coeficiente angular m:

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

## Equação geral da reta

Podemos escrever a **equação geral de uma reta** na forma  **$ax + by + c = 0$** , onde **a**, **b** e **c** são os coeficientes, sendo **a** e **b** não nulos simultâneos.

## Equação segmentária da reta



$$\frac{x}{p} + \frac{y}{n} = 1$$

Onde **p** representa a abscissa do ponto onde a **reta corta o eixo das abcissas**(eixo x).e **n** representa a ordenada do ponto onde a **reta corta o eixo das ordenadas**(eixo y).

## Equação paramétrica da reta

$$\begin{cases} x = f(t) \\ y = g(t) \end{cases}$$

Onde o parâmetro **t** pode representar qualquer grandeza.

## Retas paralelas

As retas **r** e **s** são paralelas se, e somente se, têm o mesmo coeficiente angular ou não existem seus coeficientes angulares.

$$m_s = m_r$$

## Retas Perpendiculares

Duas retas,  $r$  e  $s$ , não verticais **são perpendiculares** se, e somente se, o coeficiente angular de uma delas é igual ao oposto do inverso do coeficiente angular da outra, ou seja  $m_s = -\frac{1}{m_r}$ .

## Interseção de retas

Para obter as coordenadas do ponto de interseção de duas retas concorrentes, basta **resolver o sistema formado por suas equações**.

## Exercícios

1) A tabela abaixo representa a quantidade de um certo tipo de sabão líquido com amaciante e a despesa(custo) mensal de um fabricante para fabricá-lo.

Produção (mil litros)	custos ( mil reais)
0	8
1	14
2	20
3	26
4	32

Sabendo que vendendo cada litro de sabão por R\$ 10,00 o fabricante consegue vender toda sua produção, determine:

- O gráfico que representa o custo mensal.
- A equação que representa o custo mensal. Represente o custo da produção por **C** e a produção por **x**.
- O custo para produzir 8 mil litros.
- A quantidade de sabão produzido, caso tenha uma despesa mensal de R\$ 44.000,00.
- A equação que representa a receita mensal. Represente a receita por **R** e a produção por **x**.
- A quantidade mínima que o fabrica deve produzir para que o fabricante tenha lucro.
- A equação que representa o lucro(**L**) do fabricante.
- A quantidade que deverá produzir para ter um lucro de R\$ 56 000,00
- Quanto deveria produzir para obter um percentual de lucro de 25% do capital investido no mês, ou seja, 25% do custo total.
- O percentual de lucro máximo.

Para competir no mercado, o fabricante resolveu produzir outro tipo de sabão. Cada litro do sabão que já fabricava, tipo I, é composto de 10% de amaciante e o restante de sabão, e cada litro do novo tipo de sabão, tipo II, é composto de 20% de amaciante e o restante de sabão. A fábrica tem em estoque 2000 litros de amaciante e 12000 litros de sabão.

Para facilitar o entendimento da situação organizamos os dados em uma tabela.

	Tipo I	Tipo II	Produto em estoque (em litros)
Amaciante	0,1	0,2	2000
Sabão	0,9	0,8	12000

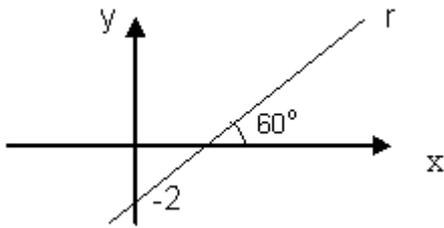
Indicando por **x** e **y**, respectivamente, as quantidades, em litros do sabão tipo I e II, deseja-se saber:

- O sistema de inequações desta situação, lembrando que as quantidades não podem ser negativas.
- A representação gráfica dos conjuntos de pontos **x** e **y**, ou seja, a região admissível desta situação.
- A expressão que representa a receita (**R**) obtida com a venda de toda produção, sabendo que cada litro de sabão do **tipo I** será vendido por R\$ 10,00, e o do **tipo II**, por R\$ 11,00.
- Quantos litros de cada tipo devem ser produzidos para se obter receita máxima com a venda de toda produção.

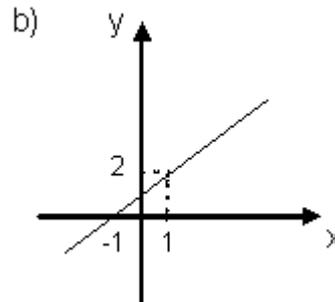
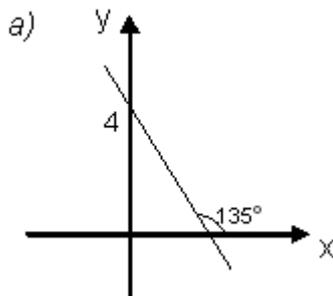
2) Escreva a equação da reta  $r$  que passa pelo ponto  $A(1,2)$  e tem coeficiente angular  $m = \frac{2}{3}$ .

3) Determine a equação reduzida da reta que passa pelo ponto  $(-1, 2)$  e tem ângulo de inclinação  $45^\circ$ .

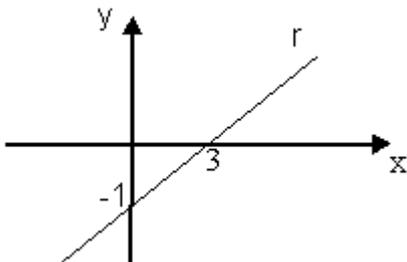
4) Determine a equação reduzida da reta  $r$  da figura:



5) Determine a equação reduzida e geral da reta representada nos gráficos:



6) Determine a equação segmentária da reta  $r$  da figura:

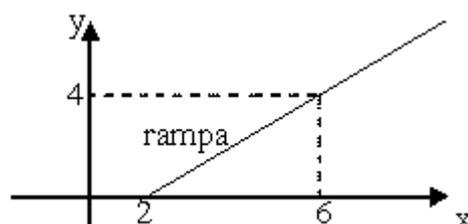


7) Na Engenharia Civil, quando se diz que um terreno tem declividade de 50%, significa que a tangente do menor ângulo que o terreno forma com plano horizontal é 0,5.

Observando a rampa representada no plano cartesiano abaixo, determine:

a) a declividade da rampa;

b) o ângulo de inclinação da rampa.



8) Determine a equação geral da reta  $r$ , de equações paramétricas  $x = 3t - 1$  e  $y = -t + 1$ .

9) No plano **Oxy**, um móvel em movimento tem a sua posição em cada instante dada pelas equações:

$$\begin{cases} x = 4 + 3t \\ y = -2 + t \end{cases}$$

em que  $t$  é o tempo em segundos e as distâncias são medidas em m.

- Qual a posição do móvel no início da contagem do tempo? ( $t = 0$ )?
- Qual a posição do móvel quando  $t = 2$  ?
- Depois de quanto tempo (a partir do início) se tem  $x = 28$ ?
- Qual a distância percorrida pelo móvel quando  $t$  varia de 3s até 12s?
- Qual a equação que relaciona apenas o deslocamento  $x$  e  $y$ ?
- Qual a abscissa do ponto quando a ordenada for 2?

10) Verifique se as retas  $r$  e  $s$  são paralelas ou perpendiculares:

a)  $r: 6x - y + 3 = 0$  e  $s: 12x - 2y + 4 = 0$

b)  $r: 3x - 5y + 5 = 0$  e  $s: 5x + 3y - 7 = 0$

c)  $r: x - 2y + 7 = 0$  e  $s: 2x + y - 5 = 0$

11) Determine a equação geral da reta  $r$  que passa por  $P(2, 3)$  e é paralela à reta  $s: 3x - 2y + 5 = 0$ .

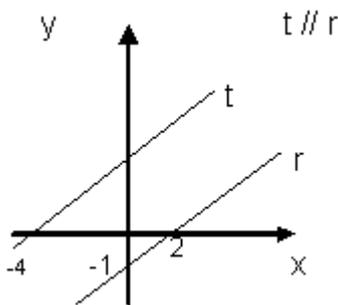
12) Determine a equação geral da reta  $r$  que passa por  $P(3, 5)$  e é perpendicular à reta

$s: 2x - y + 5 = 0$ .

13) ( PUC - SP ) As retas  $(m - 2)x + 3y - 1 = 0$  e  $x + my + 2 = 0$  são paralelas, somente se:

- a.  $m = 3$
- b.  $m = -1$
- c.  $m = 1$
- d.  $m = 2$
- e.  $m = 3$  ou  $m = -1$

14) Determine a equação geral da reta  $t$  representada no gráfico:

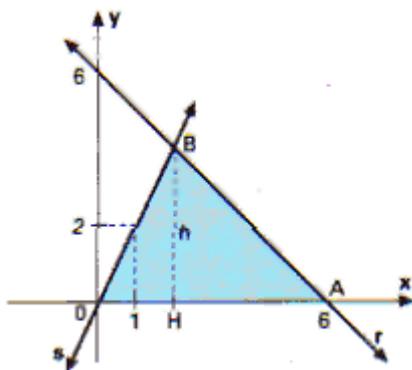


15) Determine as coordenadas do ponto de intersecção das retas  $r$  e  $s$ , em cada caso:

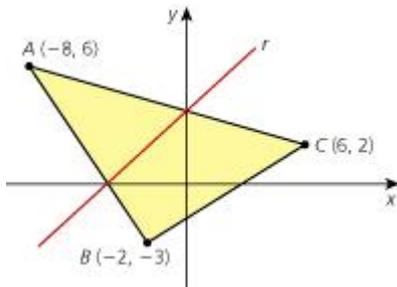
- a)  $r: x + y - 5 = 0$  e  $s: 3x - y - 3 = 0$
- b)  $r: 2x + y - 1 = 0$  e  $s: 3x + 2y - 4 = 0$

16) Determine as coordenadas dos vértices do triângulo, sabendo que as retas suportes dos lados desse triângulo têm equações  $x + 2y - 1 = 0$ ,  $x - 2y - 7 = 0$  e  $y - 5 = 0$ , respectivamente.

17) Determine a área do triângulo assinalado na figura:

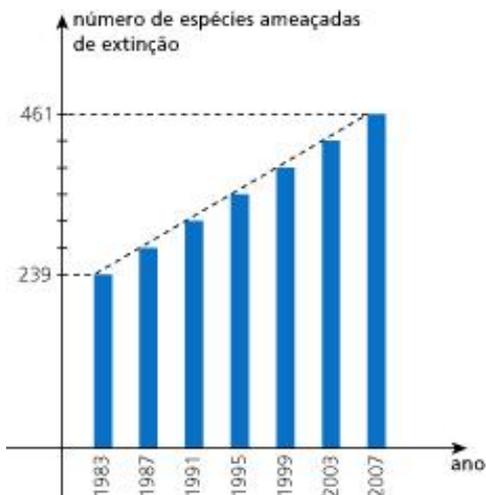


18) (ESPM-SP) A equação da reta  $r$  do plano cartesiano abaixo é:



- a)  $13x - 14y + 52 = 0$
- b)  $12x - 13y + 48 = 0$
- c)  $7x - 8y + 28 = 0$
- d)  $9x - 11y + 36 = 0$
- e)  $6x - 7y + 24 = 0$

19) (Enem) O gráfico abaixo, obtido a partir de dados do Ministério do Meio Ambiente, mostra o crescimento do número de espécies da fauna brasileira ameaçadas de extinção.

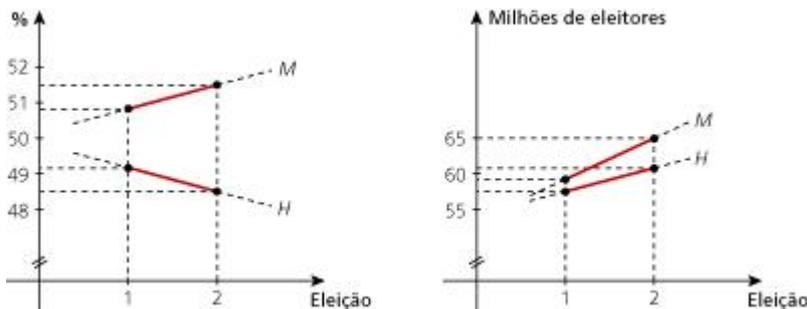


Se mantida, pelos próximos anos, a tendência de crescimento mostrada no gráfico, o número de espécies ameaçadas de extinção em 2011 será igual a:

- a) 465
- b) 493
- c) 498
- d) 838
- e) 899

20) (UFSM-RS - Adaptada) A tabela e o gráfico abaixo representa alguns dados da eleição de 2002 e 2006.

	Eleição 1 (2002)		Eleição 2 (2006)	
	%	Milhões de eleitores	%	Milhões de eleitores
<b>Homens</b>	49,2	57	48,5	61
<b>Mulheres</b>	50,8	59	51,5	65



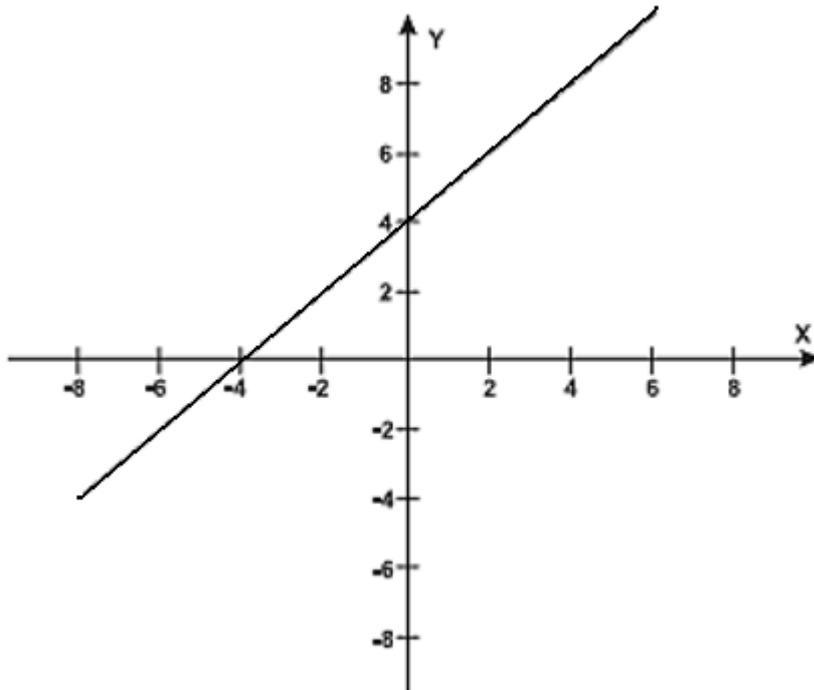
Analise as afirmativas a seguir, relacionadas às informações apresentadas.

- I. A função de 1.º grau ajustada aos dados, referentes aos milhões de eleitores do sexo feminino, nas duas eleições, é  $y = 6x + 53$ .
- II. O coeficiente angular da reta ajustada aos percentuais do sexo masculino, para as duas eleições, é  $-0,7$ .
- III. Supondo correto o ajuste referido em 1, a projeção para a eleição de 2010 (eleição 3) é de 71 milhões de mulheres eleitoras.

Está(ão) correta(s):

- a) apenas I
- b) apenas II
- c) apenas III
- d) apenas II e III
- e) I, II e III

21) (ENEM) Um bairro de uma cidade foi planejado em uma região plana, com ruas paralelas e perpendiculares, delimitando quadras de mesmo tamanho. No plano de coordenadas cartesianas seguinte, esse bairro localiza-se no segundo quadrante, e as distâncias nos eixos são dadas em quilômetros.

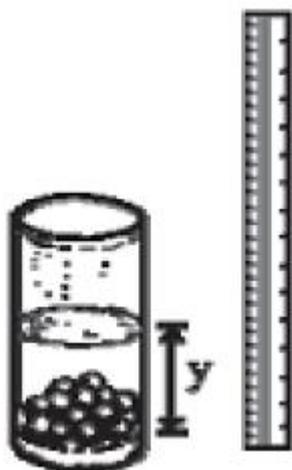


A reta de equação  $y = x + 4$  representa o planejamento do percurso da linha do metrô subterrâneo que atravessará o bairro e outras regiões da cidade. No ponto  $P = (-5, 5)$ , localiza-se um hospital público. A comunidade solicitou ao comitê de planejamento que fosse prevista uma estação do metrô de modo que sua distância ao hospital, medida em linha reta, não fosse maior que 5 km.

Atendendo ao pedido da comunidade, o comitê argumentou corretamente que isso seria automaticamente satisfeito, pois já estava prevista a construção de uma estação no ponto.

- a)  $(-5, 0)$       b)  $(-3, 1)$       c)  $(-2, 1)$       d)  $(0, 4)$       e)  $(2, 6)$

22) (ENEM) Um experimento consiste em colocar certa quantidade de bolas de vidro idênticas em um copo com água até certo nível e medir o nível da água, conforme ilustrado na figura a seguir. Como resultado do experimento, concluiu-se que o nível da água é função do número de bolas de vidro que são colocadas dentro do copo.



O quadro a seguir mostra alguns resultados do experimento realizado.

número de bolas (x)	nível da água (y)
5	6,35 cm
10	6,70 cm
15	7,05 cm

Disponível em: [www.penta.ufrgs.br](http://www.penta.ufrgs.br). Acesso em: 13 jan. 2009 (adaptado).

Qual a expressão algébrica que permite calcular o nível da água (y) em função do número de bolas (x)?

- a)  $y = 30x$
- b)  $y = 25x + 20,2$
- c)  $y = 1,27x$
- d)  $y = 0,7x$
- e)  $y = 0,07x + 6$

## **Bibliografia**

DANTE, Luiz Roberto. Matemática Contexto e Aplicações. São Paulo, Ática, 2014.

PAIVA, Manoel. Matemática Paiva – São Paulo, Moderna, 2013.

SOUZA, Joamir Roberto. Novo Olhar matemática. São Paulo, FTD, 2013.

IEZZI, Gelson. Fundamentos matemática elementar. São Paulo, Atual, 2005