FAETEC
FUNDAÇÃO DE APOIO À ESCOLA TÉCNICA DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO

Escola Técnica Estadual Visconde de Mauá

Gabarito

Geometria Analítica – Equação da Circunferência

1)

a)

$x_c = 1$, $y_c = 5$ e $r = 6$

$(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2 = r^2 \Rightarrow (x-1)^2 + (y-5)^2 = 6^2$

$(x-1)^2 + (y-5)^2 = 36$

b)

$x_c = -2$, $y_c = -7$ e $r = 13$

$(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2 = r^2 \Rightarrow (x-(-2))^2 + (y-(-7))^2 = 13^2$

$(x+2)^2 + (y+7)^2 = 169$

c)

$x_c = 3$, $y_c = 0$ e $r = 4$

$(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2 = r^2 \Rightarrow (x-3)^2 + (y-0)^2 = 4^2$

$(x+2)^2 + y^2 = 16$

d)

$x_c = 0$, $y_c = 0$ e $r = 1$

$(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2 = r^2 \Rightarrow (x-0)^2 + (y-0)^2 = 1^2$

$x^2 + y^2 = 1$

2)

$x_c = 2$, $y_c = 4$ e $r = 80$

$(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2 = r^2 \Rightarrow (x-2)^2 + (y-4)^2 = 80^2$

$(x-2)^2 + (y-4)^2 = 6400$

3)

a)
$x_c = 3$, $y_c = -6$ e $r = 7$

b)
$x_c = 2$, $y_c = 5$ e $r = \sqrt{11}$

c)
$x_c = -5$, $y_c = 4$ e $r = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

d)
$x_c = 0$, $y_c = 1$ e $r = 2$

e)
$x_c = 0$, $y_c = 0$ e $r = \sqrt{5}$

4)

$(x+2)^2 + (y-1)^2 = 25$

$A(2,5) \Rightarrow (2+2)^2 + (5-1)^2 = 4^2 + 4^2 = 16 + 16 = 32 \neq 25$.
O ponto A não pertence à circunferência.

$B(0,5) \Rightarrow (0+2)^2 + (5-1)^2 = 2^2 + 4^2 = 4 + 16 = 20 \neq 25$.
O ponto B não pertence à circunferência.

$C(3,1) \Rightarrow (3+2)^2 + (1-1)^2 = 5^2 + 0^2 = 25 + 0 = 25$.
O ponto C pertence à circunferência.

5)
$d_{CP} = r \Rightarrow \sqrt{(2-(-1))^2 + (0-2)^2} = r \Rightarrow \sqrt{(2+1)^2 + (-2)^2} = r$

$\sqrt{9+4} = r \Rightarrow r = \sqrt{13} \Rightarrow x_c = -1$, $y_c = 2$ e $r = \sqrt{13}$

$(x-x_c)^2 + (y-y_c)^2 = r^2 \Rightarrow (x-(-1))^2 + (y-2)^2 = \left(\sqrt{13}\right)^2$

$(x+1)^2 + (y-2)^2 = 13$

6)

$$d_{CA} = r \Rightarrow \sqrt{(1-2)^2 + (1-1)^2} = r \;\Rightarrow\; \sqrt{(-1)^2 + 0^2} = r$$

$$\sqrt{1+0} = r \;\Rightarrow\; r = 1 \;\Rightarrow\; x_c = 2 \;,\; y_c = 1 \;e\; r = 1$$

$$(x-2)^2 + (y-1)^2 = 1^2$$

$$(x-2)^2 + (y-1)^2 = 1$$

7)

$$C = \frac{A+B}{2} = \frac{(2,-5)+(-2,-3)}{2} = \frac{(0,-8)}{2} = (0,-4)$$

$$x_c = 0 \;,\; y_c = -4 \;e\; r = 3\sqrt{2}$$

$$(x-x_c)^2 + (y-y_c)^2 = r^2 \Rightarrow (x-0)^2 + (y-(-4))^2 = \left(3\sqrt{2}\right)^2 \Rightarrow x^2 + (y+4)^2 = 9 \cdot 2$$

$$x^2 + (y+4)^2 = 18$$

8)

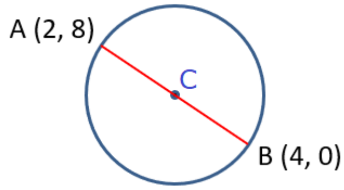
$$x_c = 0 \;,\; y_c = 3 \;e\; r = 5$$

$$(x-x_c)^2 + (y-y_c)^2 = r^2 \Rightarrow (x-0)^2 + (y-3)^2 = 5^2 \Rightarrow x^2 + (y-3)^2 = 25$$

$$P(-3,b) \Rightarrow (-3)^2 + (b-3)^2 = 25$$

$$9 + b^2 - 6b + 9 = 25 \Rightarrow b^2 - 6b - 7 = 0 \Rightarrow b = 7 \;ou\; b = -1$$

9)



$$C=\frac{A+B}{2}=\frac{(2,8)+(4,0)}{2}=\frac{(6,8)}{2}=(3,4)$$

$x_c=3$, $y_c=4$

$$d_{CA}=r\Rightarrow\sqrt{(2-3)^2+(8-4)^2}=r \Rightarrow \sqrt{(-1)^2+4^2}=r$$

$$\sqrt{1+16}=r \Rightarrow r=\sqrt{17}$$

$$(x-x_c)^2+(y-y_c)^2=r^2\Rightarrow(x-3)^2+(y-4)^2=\left(\sqrt{17}\right)^2$$

$$(x-3)^2+(y-4)^2=17$$

10)

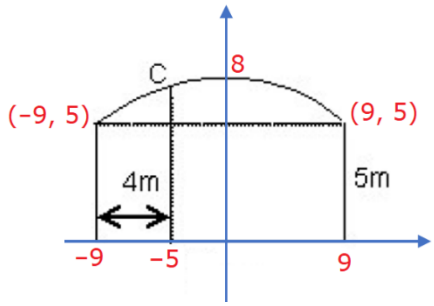
$$d_{CP}=r\Rightarrow\sqrt{(1-4)^2+(-3-1)^2}=r \Rightarrow \sqrt{(-3)^2+(-4)^2}=r$$

$$\sqrt{(-3)^2+(-4)^2}=r \Rightarrow \sqrt{9+16}=r \Rightarrow r=\sqrt{25}=5$$

$$A=\pi\cdot r^2\Rightarrow A=\pi\cdot 5^2$$

$$A=25\pi$$

11)
Considerando que o centro da circunferência é o ponto O(a, b) e o raio seja r.



$$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$$

$$(9,5)\Rightarrow(9-a)^2+(5-b)^2=r^2$$
$$(-9,5)\Rightarrow(-9-a)^2+(5-b)^2=r^2$$
$$(0,8)\Rightarrow(0-a)^2+(8-b)^2=r^2$$

Das duas primeiras equações, temos que:

$$(-9-a)^2=r^2-(5-b)^2$$
$$(9-a)^2=r^2-(5-b)^2$$

$$(-9-a)^2=(9-a)^2 \Rightarrow 81+18a+a^2=81-18a+a^2 \Rightarrow 18a=-18a$$
$$36a=0\Rightarrow a=0$$

Substituindo esse valor nas duas últimas equações, teremos:

$$(-9-0)^2+(5-b)^2=r^2\Rightarrow 81+(5-b)^2=r^2$$
$$(0-0)^2+(8-b)^2=r^2\Rightarrow(8-b)^2=r^2$$

$$81+(5-b)^2=(8-b)^2\Rightarrow 81+25-10b+b^2=64-16b+b^2$$

$$-10b+16b=64-81-25$$
$$6b=-42\Rightarrow b=-7$$

$$r^2=(8-b)^2\Rightarrow r^2=(8+7)^2\Rightarrow r=15$$

Podemos escrever a equação da circunferência cujo centro é $O(0,-7)$ e o raio é 15.

$$(x-0)^2+(y+7)^2=15^2\Rightarrow x^2+(y+7)^2=225$$

Queremos a distância do ponto C(-5, d) ao solo, ou seja, sua ordenada d.

$$(-5-0)^2+(d+7)^2=225\Rightarrow 25+(d+7)^2=225 \Rightarrow(d+7)^2=200$$
$$d+7=\sqrt{200}=10\sqrt{2}\Rightarrow d=10\sqrt{2}-7$$