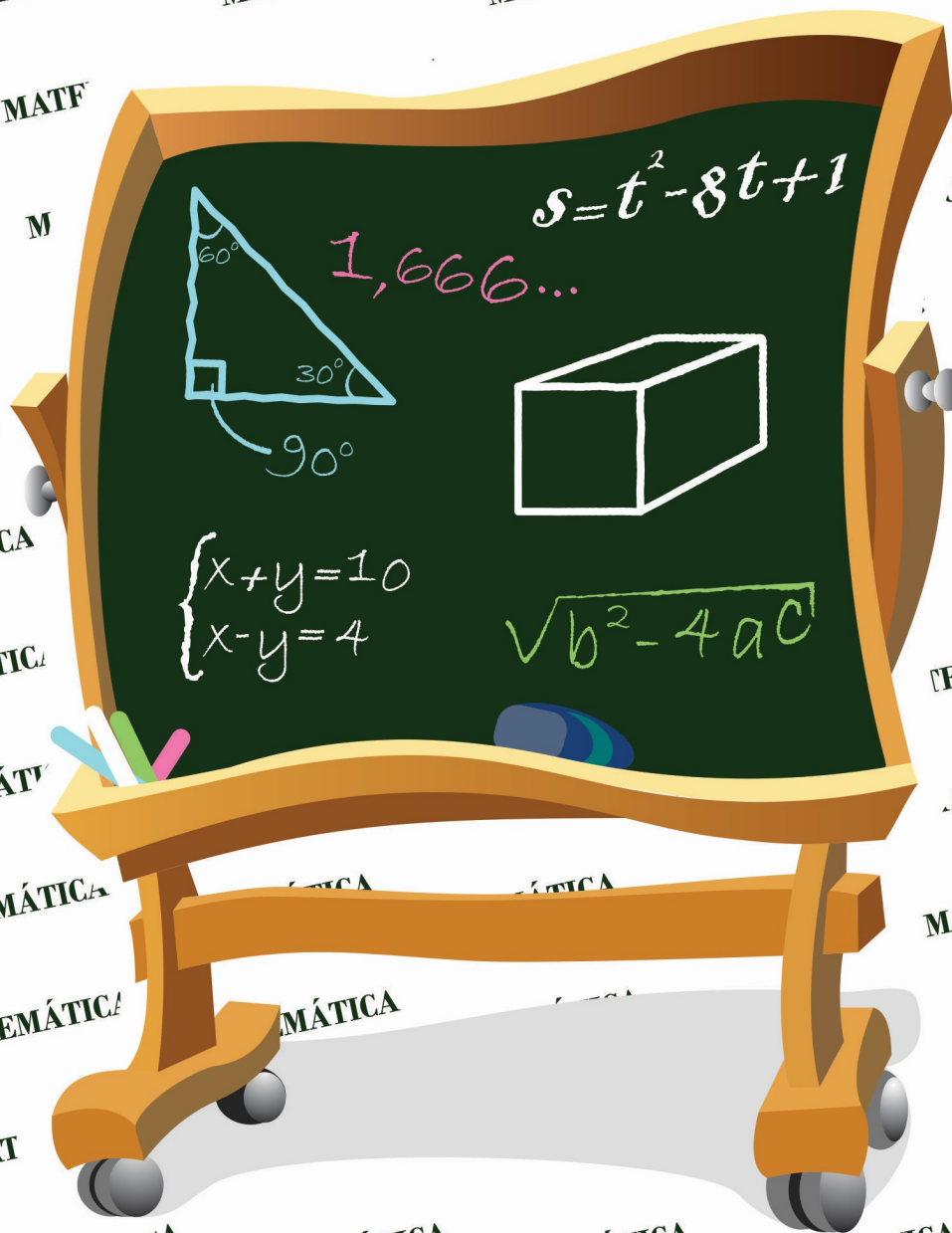


MATEMÁTICA



1º ANO

FUNÇÕES DO 2º GRAU

COORDENAÇÃO

SERGIO LOPES RODRIGUES

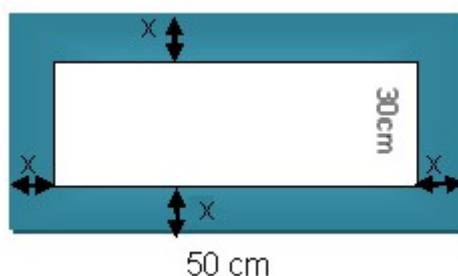


REVISANDO EQUAÇÃO DO 2º GRAU

Antes de aprendermos função do 2º grau, iremos revisar as equações do 2º grau.

Veja a seguinte situação:

Eduardo criou um cartaz para um trabalho de Matemática. Esse cartaz tinha a forma de um retângulo de 50 cm por 30 cm. Para ficar mais bonito, resolveu colocar uma moldura com papel colorido, de largura x , como mostra a figura.



Considerando que o cartaz com a moldura passou a ocupar uma área de 2400cm^2 , qual deve ser a largura da moldura do cartaz?

Se x representa a largura da faixa, o cartaz com a moldura é um retângulo de dimensões $2x + 50$ e $2x + 30$. Como a área do cartaz com a moldura é 2400cm^2 , então, devemos ter:

$$(2x + 50)(2x + 30) = 2400$$

$$4x^2 + 60x + 100x + 1500 = 2400$$

$$4x^2 + 160x + 1500 - 2400 = 0$$

$$4x^2 + 160x - 900 = 0 \text{ dividindo a equação por 4, temos:}$$

$$x^2 + 40x - 225 = 0$$

A situação acima se transforma numa equação do 2º grau, assim chamada porque o maior grau do termo em x é 2.

Definição:

Definimos equação do segundo grau na incógnita **x** a toda equação que pode ser escrita na forma $ax^2 + bx + c = 0$, onde **a**, **b** e **c** são números reais e onde **a** é obrigatoriamente diferente de zero.

$$ax^2 + bx + c = 0; a, b, c \in \mathbb{R} \text{ e } a \neq 0.$$

Dessa forma : **a** é o coeficiente de x^2 , **b** é o coeficiente de **x** e **c** é o termo independente.

A equação do 2º grau é completa quando $b \neq 0$ e $c \neq 0$

A equação do 2º grau é incompleta quando $b = 0$ ou $c = 0$

Vejamos alguns exemplos :

Na equação completa : $3x^2 + x - 7 = 0 \rightarrow$ o coeficiente **a** é 3 ; o coeficiente **b** é 1 e o termo independente **c** é - 7

Na equação, expressa na incógnita t : $t^2 - 15t - 8 = 0 \rightarrow$ o coeficiente a é 1 ; o coeficiente b é - 15 e o termo independente c é - 8

Na equação incompleta: $x^2 - 9x = 0 \rightarrow$ o coeficiente a é 1 ; o coeficiente b é - 9 e o termo independente c é zero

Na equação incompleta: $-x^2 + 12 = 0 \rightarrow a = - 1 ; b = \text{zero} \text{ e } c = 12$

Raiz de uma equação

Raiz é o número real que, ao substituir a incógnita de uma equação, transforma-a numa sentença verdadeira.

Se na equação $x^2 - 7x + 12 = 0$, substituirmos x por 3 encontraremos:
 $(3)^2 - 7(3) + 12 \rightarrow 9 - 21 + 12 \rightarrow 21 - 21 = 0$, portanto 3 é raiz da equação.

Se na equação $x^2 - 7x + 12 = 0$, substituirmos x por 4 encontraremos:
 $(4)^2 - 7(4) + 12 \rightarrow 16 - 28 + 12 \rightarrow 28 - 28 = 0$, portanto 4 é raiz da equação.

Se na equação $x^2 - 7x + 12 = 0$, substituirmos x por 5 encontraremos:
 $(5)^2 - 7(5) + 12 \rightarrow 25 - 35 + 12 \rightarrow 37 - 35 = 2$, portanto 5 não é raiz da equação.

Os valores $x = 3$ e $x = 4$ são as duas raízes ou a solução da equação
 $x^2 - 7x + 12 = 0$

Resolução de equações completas

Resolver uma equação significa determinar o seu **conjunto verdade**.

Para resolver equações completas do 2º grau utilizaremos a **fórmula de Bhaskara**. (ou fórmula resolutive).

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Podemos representar as duas raízes reais por x' e x'' , assim:

$$\begin{cases} x' = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ x'' = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \end{cases}$$

Discriminante

Denominamos **discriminante** a expressão $b^2 - 4ac$ que é representado pela letra grega Δ

(delta).

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

Podemos agora escrever deste modo a fórmula de Bhaskara:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

De acordo com o discriminante, temos três casos a considerar:

1º Caso: O discriminante é positivo ($\Delta > 0$)

O valor de $\sqrt{\Delta}$ é real e a equação tem duas raízes reais diferentes, assim representadas:

$$x' = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{ou} \quad x'' = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

Exemplo:

Resolva a seguinte equação $2x^2 - 7x + 3 = 0$

Resolução:

Primeiramente verificamos os coeficientes:

$$a = 2, \quad b = -7 \quad \text{e} \quad c = 3$$

Depois substituímos na fórmula:

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (-7)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 3$$

$$\Delta = 49 - 24$$

$$\Delta = 25$$

Agora vamos determinar o valor da incógnita x :

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-7) \pm \sqrt{25}}{2 \cdot 2}$$

$$x = \frac{7 \pm 5}{4}$$

$$x' = \frac{7+5}{4} = \frac{12}{4} = 3$$

$$x'' = \frac{7-5}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

Portanto, o valor de $x = 3$ ou $x = \frac{1}{2}$

2º Caso: O discriminante é nulo ($\Delta = 0$)

O valor de $\sqrt{\Delta}$ é nulo e a equação possui duas raízes reais e iguais, assim representadas:

$$x' = x'' = \frac{-b}{2a}$$

Exemplo:

Resolva a seguinte equação $x^2 + 8x + 16 = 0$

Resolução:

Primeiramente verificamos os coeficientes:

$$a = 1, \quad b = 8 \quad \text{e} \quad c = 16$$

Depois substituímos na fórmula:

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = 8^2 - 4 \cdot 1 \cdot 16$$

$$\Delta = 64 - 64$$

$$\Delta = 0$$

Agora vamos determinar o valor da incógnita **x**:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{0}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{-8}{2} = -4$$

Portanto, o valor de $x = -4$

3º Caso: O discriminante é negativo $(\Delta < 0)$

O valor de $\sqrt{\Delta}$ não existe em **IR**, pois não existe **no conjunto dos números reais(IR)** raiz quadrada de número negativo, não existindo, portanto, raízes reais.

Exemplo:

Resolva a seguinte equação $x^2 + 2x + 8 = 0$

Resolução:

Primeiramente verificamos os coeficientes:

$$a = 1, \quad b = 2 \quad \text{e} \quad c = 8$$

Depois substituímos na fórmula:

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot 8$$

$$\Delta = 4 - 32$$

$$\Delta = -28$$

A equação não tem raízes no conjunto dos números reais(IR). Dizemos então, que a solução da equação é um conjunto vazio (**S** = $\emptyset$).

Resolução de equações incompletas

Utilizamos na resolução de uma equação incompleta as técnicas da fatoração e duas importantes propriedades dos números reais:

1ª Propriedade: Se $x \in \mathbb{R}$, $y \in \mathbb{R}$ e $x \cdot y = 0$, então, $x = 0$ ou $y = 0$

2ª Propriedade: Se $x \in \mathbb{R}$, $y \in \mathbb{R}$ e $x^2 = y$, então, $x = \sqrt{y}$ ou $x = -\sqrt{y}$.

1º Caso: Equação do tipo $ax^2 + bx = 0$.

Exemplo:

Determine as raízes da equação $x^2 - 7x = 0$.

Solução:

Inicialmente, colocamos x em evidência:

$$x(x - 7) = 0$$

Para o produto ser igual a zero, basta que um dos fatores também o seja.

Assim:

$$x = 0 \quad \text{ou}$$

$$x - 7 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 7$$

Portanto, $x = 0$ ou $x = 7$

De modo geral, a equação do tipo $ax^2 + bx = 0$ tem para soluções $x = 0$ ou

$$x = -\frac{b}{a}.$$

2º Caso: Equação do tipo $ax^2 + c = 0$

Exemplos:

Determine as raízes da equação $3x^2 - 27 = 0$

Solução:

$$3x^2 - 27 = 0.$$

$$3x^2 = 27$$

$$x^2 = \frac{27}{3}$$

$$x^2 = 9$$

$$x = \pm\sqrt{9}$$

$$x = \pm 3$$

O resultado pode ser 3, porque $3^2 = 9$

O resultado pode ser também -3, porque $(-3)^2 = 9$

Portanto, o resultado da equação tem duas raízes simétricas

Portanto, $x = 3$ ou $x = -3$

De modo geral, a equação do tipo $ax^2 + c = 0$ possui duas raízes reais simétricas se $-\frac{c}{a}$ for um número positivo, não tendo raiz real caso $-\frac{c}{a}$ seja um número negativo.

Observação:

Podemos também usar a fórmula de Bhaskara para resolver as equações incompletas.

1) Usando a fórmula resolutive (fórmula Bhaskara), calcule as raízes das equações:

(Sugestão: Achar primeiro o valor de Δ . Caso $\Delta < 0$, $S = \emptyset$)

a) $x^2 - 6x + 8 = 0$

Lembrando como se resolve:

$$a = 1, \quad b = -6, \quad c = 8$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 8$$

$$\Delta = 36 - 32 \Rightarrow \Delta = 4$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{4}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{6 \pm 2}{2}$$

$$x' = \frac{6 + 2}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

$$x'' = \frac{6 - 2}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

Portanto $x = 4$ e $x = 2$

Agora resolva as próximas equações:

b) $x^2 + 3x - 4 = 0$

c) $6x^2 + x - 1 = 0$

d) $x^2 - 10x + 25 = 0$

e) $x^2 - 7x = 0$

f) $x^2 - 16 = 0$

g) $-9x^2 + 6x - 5 = 0$

2) Calcule o conjunto-verdade das seguintes equações incompletas, sem usar a fórmula Báskara:

Lembrete: $4x^2 - 16 = 0 \Rightarrow 4x^2 = 16 \Rightarrow x^2 = \frac{16}{4} \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow$

$$x = \pm \sqrt{4} \Rightarrow x = 2 \text{ ou } x = -2$$

a) $x^2 - 25 = 0$

b) $x^2 - 9 = 0$

c) $3x^2 - 12 = 0$

d) $-5x^2 + 80 = 0$

e) $x^2 + 7 = 0$

f) $2x^2 - 10 = 0$

g) $-6x^2 + 9 = 0$

h) $\frac{x^2}{4} - 1 = 0$

3) Calcule o conjunto-solução das seguintes equações incompletas, sem usar a fórmula Báskara: (Lembrete: colocar **x** em evidência).

a) $x^2 - 8x = 0$

b) $x^2 + 3x = 0$

c) $2x^2 - 18x = 0$

d) $3x^2 + 7x = 0$

4) A soma de um número com o seu quadrado é 90. Calcule esse numero.

5) Qual é o número, cujo quadrado mais seu triplo é igual a 40 ?

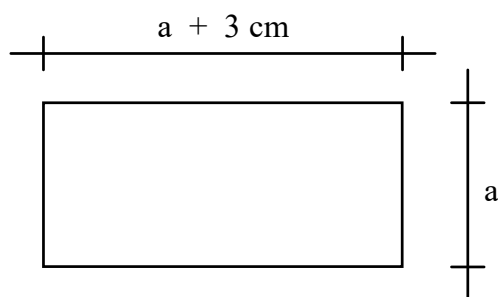
6) O quadrado de um número diminuído de 15 é igual ao seu dobro. Calcule esse número.

7) O produto de dois números inteiros e consecutivos é 240. Quais são esses números?

8) O retângulo abaixo possuir 180 cm^2 de área, então calcule:

a) Os seus lados.

b) O seu perímetro.

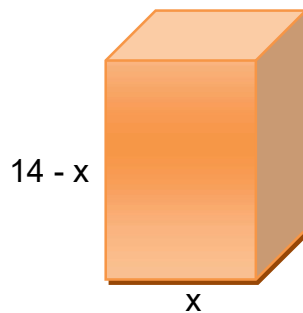


9) Eduardo construiu um campo de futebol com 224 m^2 , onde o comprimento excede a largura de 2 m. A fim de evitar que a bola seja chutada para longe do campo, ele comprará tela para colocar no seu contorno. Nessas condições, determine:

a) As dimensões do terreno.

b) O comprimento da tela que Eduardo deverá comprar para cercar todo o campo.

10) Você precisa criar uma embalagem de um vidro de remédio para uma empresa. O formato escolhido foi um bloco retangular. A frente da embalagem deve ter 40 cm^2 e as bases devem ser quadradas. A soma do comprimento da aresta lateral com a aresta da base deve ser 14 cm. Ao resolver a equação relativa ao problema, você obterá duas embalagens que obedecem a essas condições. Qual a embalagem que você acha mais adequada para o produto?

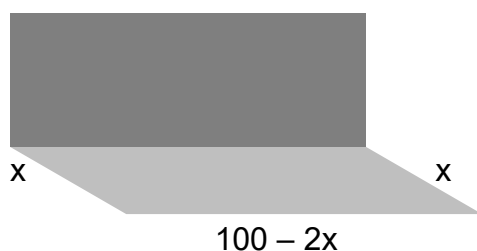


FUNÇÃO DO 2º GRAU

Um fazendeiro quer construir um curral retangular. Para cercá-lo dispõe de 100m de tela e de uma parede já existente. Determine as dimensões desse curral para que a sua área seja a maior possível.

Podemos ilustrar o problema do seguinte modo:

Vamos chamar de x a largura do curral, logo o comprimento será $100 - 2x$. Veja na figura.



Observe que a área do terreno será dada em função de x , ou seja:

$$A = f(x) = x(100 - 2x)$$

Lembrete: a área de um retângulo é igual o comprimento multiplicado pela largura.

$$f(x) = 100x - 2x^2 \quad \text{ou} \quad f(x) = -2x^2 + 100x$$

Função desse tipo é chamada de função do 2º grau.

Observe que numa função do 2º grau, o maior expoente da variável é 2.

Dizemos que uma função é do 2º grau quando a mesma é escrita da seguinte forma:

$$f(x) = ax^2 + bx + c, \text{ onde } a, b, e c \text{ são números reais e } a \neq 0.$$

Exemplos:

a) $f(x) = x^2 - 3x + 7$

Note que $a = 1$, $b = -3$, $c = 7$;

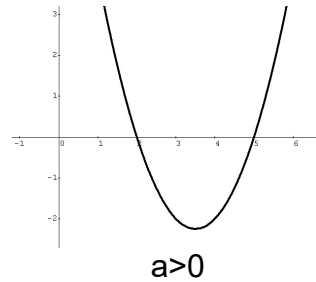
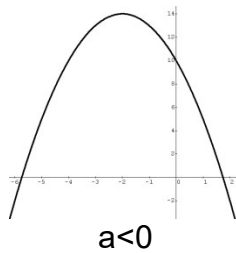
b) $f(x) = -2x^2$, neste caso temos $a = -2$, $b = 0$, $c = 0$.

Propriedades do gráfico da função do 2º grau $y = ax^2 + bx + c$:

a) O gráfico é sempre uma parábola de eixo vertical .

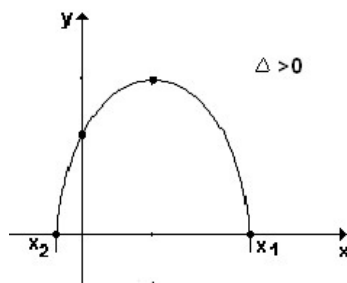
b) Se $a > 0$ a parábola tem concavidade para cima.

c) Se $a < 0$ a parábola tem concavidade para baixo.

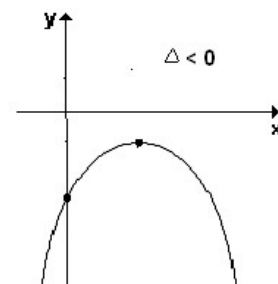
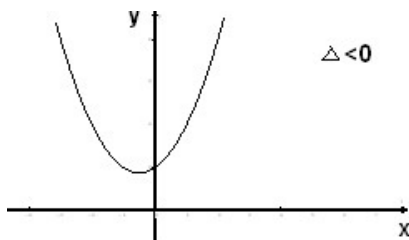


d) A parábola intercepta o eixo dos x nos pontos de abscissas x_1 e x_2 , que são as **raízes da função $f(x) = ax^2 + bx + c$. Para determinar as raízes da função, basta fazer **$f(x) = 0$** .**

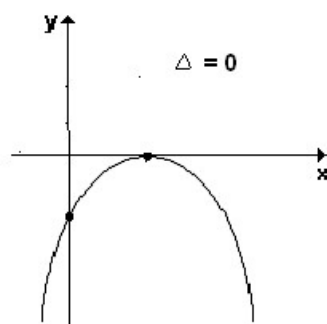
e) Quando $\Delta > 0$, com $\Delta = b^2 - 4ac$, a parábola **intercepta o eixo x em **dois pontos** diferentes($x_1 \neq x_2$).**



f) Quando $\Delta < 0$, não **existem raízes reais e a parábola **não intercepta** o eixo x .**



g) Quando $\Delta = 0$, a parábola **intercepta** o eixo **x** em um **único ponto** ($x_1 = x_2$).



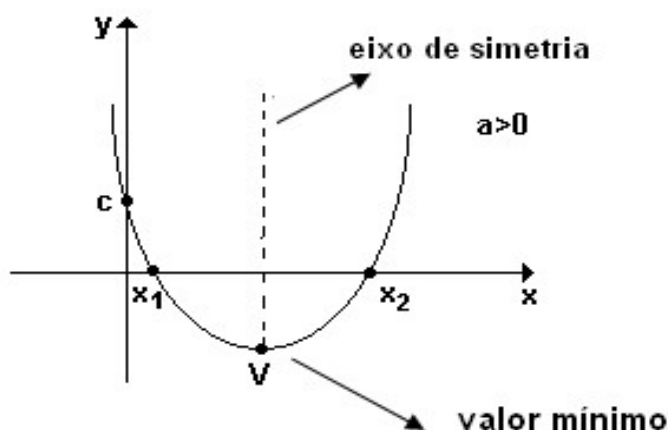
h) A **parábola intercepta** o eixo dos **y** no ponto **(0, c)**.

i) O **eixo de simetria** da parábola é uma reta vertical de equação $x = -\frac{b}{2a}$.

j) O vértice da parábola é o ponto **V**(x_v , y_v) onde: $x_v = -\frac{b}{2a}$ e $y_v = -\frac{\Delta}{4a}$.

l) Quando $a < 0$, o **valor máximo** da função é $y_v = -\frac{\Delta}{4a}$, nesse caso, a imagem da função é $\text{Im}(f) = \{y \in \mathbb{R} / y \leq y_v\}$.

m) Quando $a > 0$, o **valor mínimo** da função é $y_v = -\frac{\Delta}{4a}$, nesse caso, a imagem da função é $\text{Im}(f) = \{y \in \mathbb{R} / y \geq y_v\}$.



Exercícios Resolvidos

1) Construa o gráfico da função $y = x^2 - 4x - 5$

Solução:

$$a) y = x^2 - 4x - 5$$

$a = 1 > 0 \Rightarrow$ concavidade para cima

Raízes da função ($y=0$)

$$x^2 - 4x - 5 = 0$$

$$a = 1; \quad b = -4; \quad c = -5$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-5) = 16 + 20 = 36$$

$$\Delta = 36$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-4) \pm \sqrt{36}}{2 \cdot 1} = \frac{4 \pm 6}{2}$$

$$x_1 = \frac{4+6}{2} = 5$$

$$x_2 = \frac{4-6}{2} = -1$$

Então $(-1, 0)$ e $(5, 0)$ são os pontos de intersecção da parábola com o eixo x .

Coordenadas do vértice

$$x_v = -\frac{b}{2a} = -\frac{-4}{2 \cdot 1} \Rightarrow x_v = 2$$

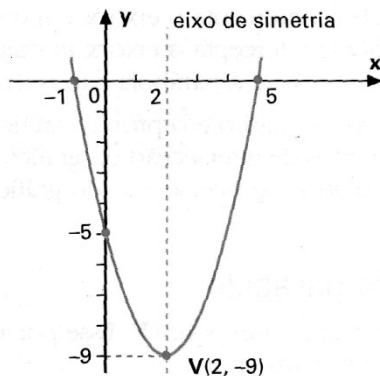
$$y_v = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{36}{4 \cdot 1} \Rightarrow y_v = -9$$

V(2, -9)

Ponto de intersecção da parábola com o eixo y .

$$(0, c) \Rightarrow c = -5 \Rightarrow (0, -5)$$

Representando esses pontos no plano cartesiano, podemos traçar o gráfico:



Observação:

Observando o gráfico, verificamos que a função é crescente para $x \geq 2$ e decrescente para $x \leq 2$.

O conjunto imagem da função é $\text{im}(f) = \{y \in \mathbb{R} / y > -9 \square\}$

Lembrete:

Uma **função é crescente** quando aumentando o valor de x , o valor de y também aumenta.

Uma **função é decrescente** quando aumentando o valor de x , o valor de y diminui.

2) Construa o gráfico da função $y = -x^2 + 6x - 9$

Solução:

a) $y = -x^2 + 6x - 9$

- $a = -1 < 0 \Rightarrow$ concavidade para baixo

Raízes da função

$$-x^2 + 6x - 9 = 0$$

$$a = -1; \quad b = 6; \quad c = -9$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = 6^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-9) = 36 + 36 = 0$$

$$\Delta = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-6 \pm \sqrt{0}}{2 \cdot (-1)} = \frac{-6}{-2} = 3$$

Então, (3, 0) é o ponto único de intersecção da parábola com o eixo **x**.

Coordenadas do vértice

$$x_v = -\frac{b}{2a} = -\frac{6}{2 \cdot (-1)} \Rightarrow x_v = 3$$

$$y_v = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{0}{4 \cdot (-1)} \Rightarrow y_v = 0$$

$$\mathbf{V(3, 0)} \quad (\text{como } \Delta = 0, x_1 = x_2 = x_v)$$

Ponto de intersecção da parábola com o eixo y.

$$(0, c) \Rightarrow c = -9 \Rightarrow \mathbf{(0, -9)}$$

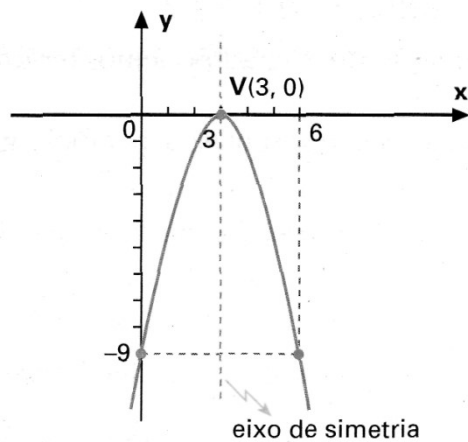
Neste caso, como só temos dois pontos, podemos atribuir a **x** outro valor:

É conveniente atribuírmos um valor observando o eixo de simetria

$$x = 6 \Rightarrow y = -6^2 + 6 \cdot 6 - 9 \Rightarrow y = -9$$

$$\mathbf{(6, -9)}$$

Representando esses pontos no plano cartesiano, podemos traçar o gráfico:



Observação:

Observando o gráfico, verificamos que a função é crescente para $x \leq 3$ e decrescente para $x \geq 3$.

O conjunto imagem da função é $\text{im}(f) = \{y \in \mathbb{R} / y \leq 0\}$

3) Dada a função $y = -x^2 + 6x - 10$, determine:

- a) para que valores de x a função é crescente;
- b) as raízes da função;
- c) o valor máximo atingido por y ;
- d) o conjunto imagem da função.

Solução:

$$x_v = -\frac{b}{2a} = -\frac{6}{2 \cdot (-1)} \Rightarrow x_v = 3$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

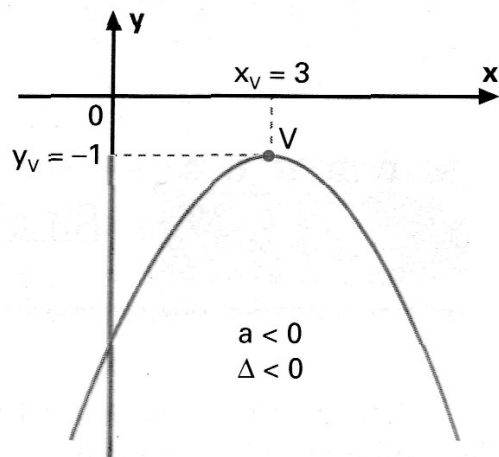
$$\Delta = 6^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-10) = 36 - 40 = -4$$

$$\Delta = -4$$

$$y_v = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{-4}{4 \cdot (-1)} \Rightarrow y_v = -1$$

V(3, -1)

- a) Como $a < 0$, a função é crescente para $x \leq 3$ ou $(-\infty, 3]$.
- b) Como $\Delta < 0$, não **existem raízes** reais e a parábola não intercepta o eixo x .
- c) O valor máximo atingido por y é -1 (y_v).
- d) O conjunto imagem é $\text{Im} = \{y \in \mathbb{R} / y < -1\}$ ou $y(-\infty, -1]$.



4) Determinar o valor de k de modo que a função $f(x) = -x^2 - 2x + k$ tenha 2 como valor máximo.

Resolução:

$$y_v = 2$$

$$y_v = -\frac{\Delta}{4a}$$

$$y_v = -\frac{(b^2 - 4ac)}{4a}$$

$$2 = -\frac{(-2)^2 - 4(-1)(k)}{4 \cdot (-1)}$$

$$2 = \frac{(4 + 4k)}{-4} \quad \Rightarrow \quad 2 = \frac{(4 + 4k)}{4}$$

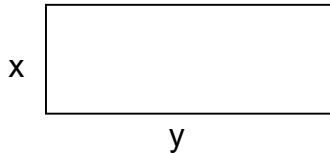
$$4 + 4k = 8 \quad \Rightarrow \quad 4k = 8 - 4 \quad \Rightarrow \quad 4k = 4 \quad \Rightarrow \quad k = 1$$

Resposta: $k = 1$

5) Considere todos os retângulos de perímetro 80 m. Determinar a área máxima que pode ser associada a um desses retângulos.

Resolução:

Seja o retângulo abaixo:



Perímetro (soma dos lados do retângulo) $\Rightarrow x + x + y + y = 80 \Rightarrow 2x + 2y = 80$

$$x + y = 40 \Rightarrow y = 40 - x$$

Área do retângulo

$$A = x \cdot y$$

$$A = x (40 - x) = 40x - x^2$$

$$A = -x^2 + 40x$$

O Valor da área máxima será:

$$y_v = -\frac{\Delta}{4a}$$

$$y_v = -\frac{(40^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 0)}{4(-1)} = \frac{-1600}{-4} = 400$$

Resposta: $A = 400\text{m}^2$

6) Um jogador de futebol lançou uma bola obliquamente para cima, constatou-se que a expressão da trajetória da bola era $y = -4t^2 + 24t$, em que y , em metros, é a altura atingida pela bola e t o tempo em segundos até a bola atingir o solo.

Desprezando-se a resistência do ar, determine:

- a) A altura máxima atingida pela bola.
- b) O instante em que a bola atingiu a altura máxima.
- c) O tempo gasto para a bola voltar ao solo, após o lançamento.

d) A altura em que a bola se encontra em relação ao solo no instante $t = 2s$.

e) Os instantes em que a bola atingiu a altura de 20m.

Resolução:

Vamos obter os pontos notáveis da parábola que contém a trajetória da bola.

• **Vértice**

a) A altura máxima atingida pela bola.

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = 24^2 - 4 \cdot (-4) \cdot (0)$$

$$\Delta = 576 - 0$$

$$y_v = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{-576}{4 \cdot (-4)} = \frac{-576}{-16} \Rightarrow y_v = 36$$

Portanto, a altura máxima atingida pela bola foi 36m.

b) O instante em que a bola atingiu a altura máxima.

$$t_v = -\frac{b}{2a} = -\frac{24}{2 \cdot (-4)} \Rightarrow t_v = 3$$

Portanto, o instante em que a bola atingiu a altura máxima foi 3s.

c) O tempo gasto para a bola voltar ao solo, após o lançamento.

Como o tempo de subida é 3s, o tempo de descida também será 3s, portanto levará 6s após o lançamento para chegar ao solo.

d) A altura em que a bola se encontra em relação ao solo no instante $t = 2s$.

$$y = -4t^2 + 24t$$

$$t = 2$$

$$y = -4 \cdot 2^2 + 24 \cdot 2$$

$$y = -16 + 48 = 32$$

Portanto, 32m

e) Os instantes em que a bola atingiu a altura de 20m.

$$y = -4t^2 + 24t$$

$$y = 20 \text{ m}$$

$$20 = -4t^2 + 24t$$

$$4t^2 - 24t + 20 = 0 : 4 \quad (\text{simplificando a equação por 4})$$

$$t^2 - 6t + 5 = 0$$

$$a = 1; \quad b = -6; \quad c = 5$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5$$

$$\Delta = 36 - 20$$

$$\Delta = 16$$

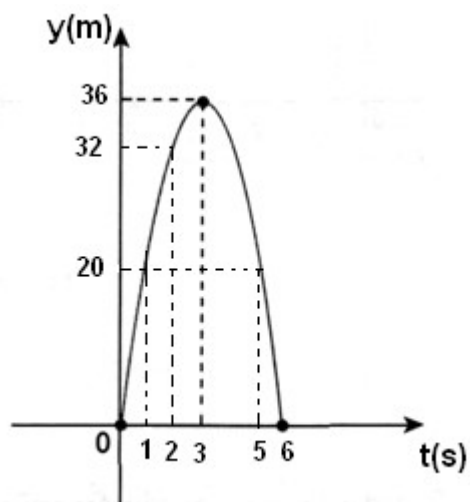
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-6) \pm \sqrt{16}}{2 \cdot (1)} = \frac{6 \pm 4}{2}$$

$$x = \frac{6+4}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

$$x = \frac{6-4}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

Portanto, os instantes em que a bola atingiu a altura de 20m foram 1s e 5 s.

Representando graficamente, temos::



Exercícios

1) Dada a função real $f(x) = -x^2 + 2x + 3$:

- a) construa o gráfico cartesiano;
- b) localize no gráfico as raízes da função, o vértice e o eixo de simetria.

2) Represente graficamente as seguintes funções:

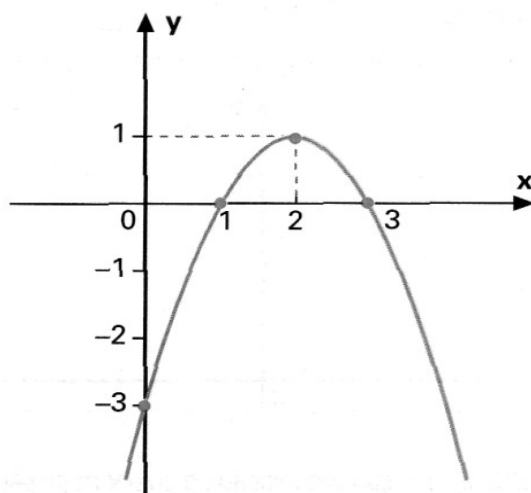
a) $f(x) = x^2 + 5x + 4$

b) $y = -x^2 + 2x$

c) $y = -x^2 + 3x - 4$

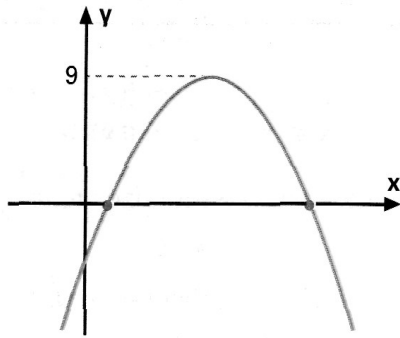
d) $y = x^2$

3) Observe o gráfico da função $f(x) = ax^2 + bx + c$ de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$ e determine:



- a) as raízes da função;
- b) as coordenadas do vértice da parábola;
- c) as coordenadas do ponto de intersecção com o eixo das ordenadas.

4) Determine m na função $f(x) = -x^2 + 8x + m$ cuja representação gráfica é:

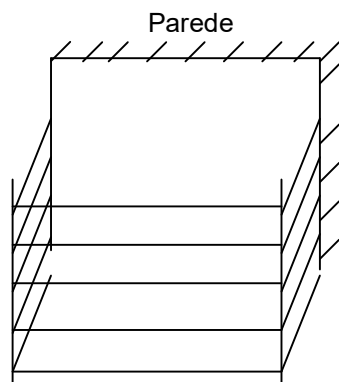


5) O vértice da parábola $y = x^2 - 4x + 1$ está no ponto $(2, b)$. Calcule b .

6) Um corpo lançado verticalmente para cima tem posição em função do tempo dada pela função $h(t) = 120t - 10t^2$, em que a altura é dada em metros e o tempo t é dado em segundo. Desprezando-se a resistência do ar, determine:

- a) a altura em que o corpo se encontra em relação ao solo no instante $t = 5s$;
- b) a altura máxima atingida pelo corpo;
- c) o instante em que o corpo atingiu a altura máxima;
- d) o tempo gasto para o corpo voltar ao solo, após o lançamento;
- e) os instantes em que o corpo atingiu a altura de 200m;
- f) a representação gráfica do movimento.

7) Um fazendeiro quer construir um curral retangular. Para cercá-lo dispõe de 600m de arame e de uma parede já existente (figura abaixo). Sabendo que a cerca de arame terá 5 voltas, determine as dimensões desse curral para que a sua área seja a maior possível.



Bibliografia

BARROSO,Juliane Matsubara. Conexões com a Matemática. São Paulo, Moderna, 2010.

BIANCHINI, Edwaldo; PACCOLA, Herval. Curso de Matemática. São Paulo, Moderna, s.d.

FACHINI, Walter. Matemática; volume único. São Paulo, Saraiva,1996.

GIOVANNI, José Rui; BONJORNIO, José Roberto. Matemática. São Paulo, FTD,1992.

IEZZI, Gelson ET ALII. Matemática; volume único. São Paulo, Atual, 2007.

IEZZI, Gelson ET ALII. Matemática e Realidade. São Paulo, Saraiva, 2009.

IEZZI, Gelson ET ALII. Matemática Ciência e Aplicações. São Paulo, Saraiva,2010.

MARCONDES, Carlos Alberto ET AL. Matemática. São Paulo, Ática, 2000.

MORI, Iracema; ONAGA, Dulce Satiko. Matemática antes e depois. São Paulo, Saraiva, 2006.

MUNOZH, Ainda, F. da Silva; IKIEZAK, Iracema Mori. Elementos de Matemática. São Paulo, Saraiva, 1990.

RIBEIRO, Jackson. Matemática Ciência, Linguagem e Tecnologia. São Paulo, SCIPIONE, 2011.

Sites:

<http://www.somatematica.com.br>

Escola 24 horas - <http://www.escola24h.com.br>

<http://www.matematica.com.br>