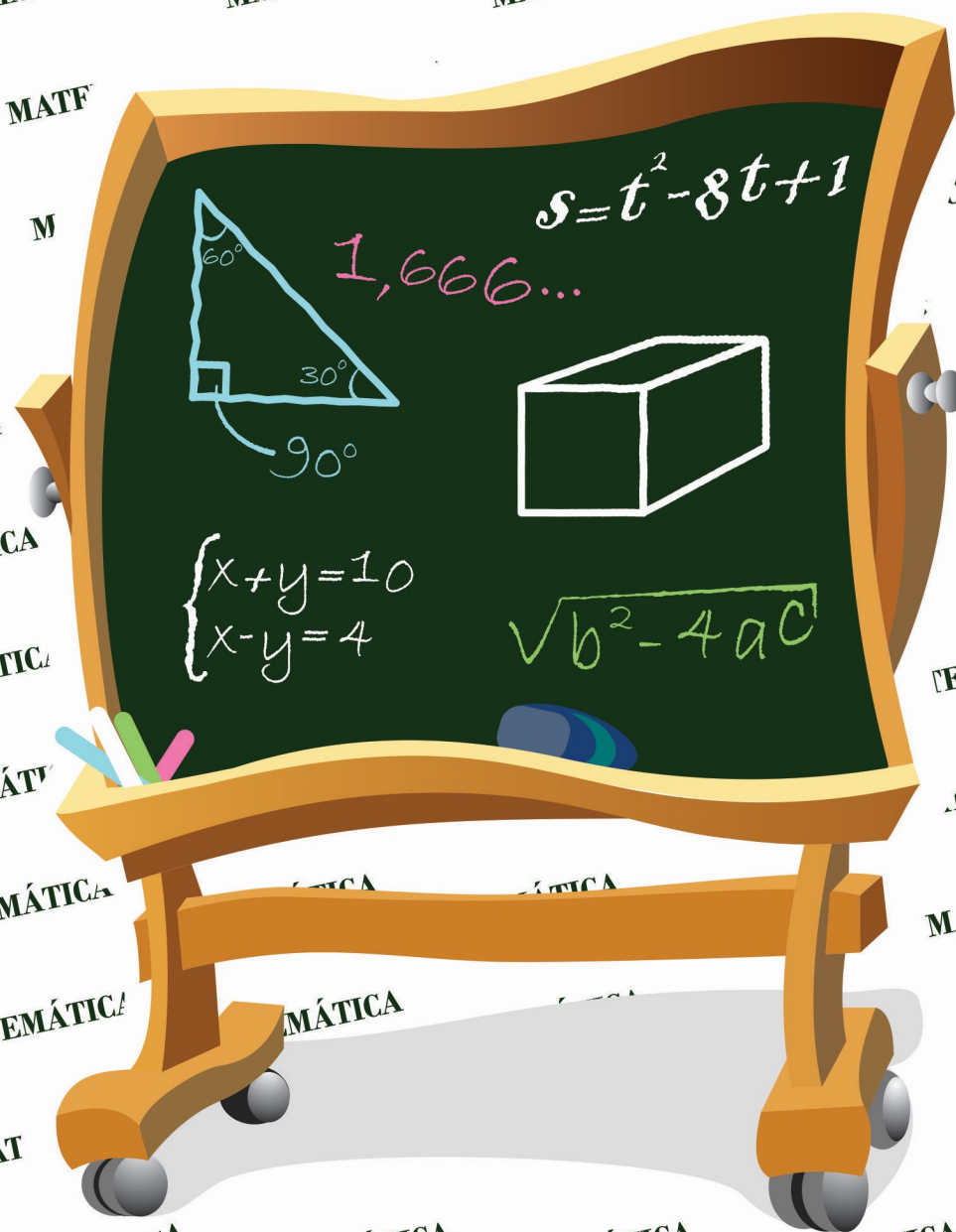


MATEMÁTICA



3º ANO

GEOMETRIA ESPACIAL

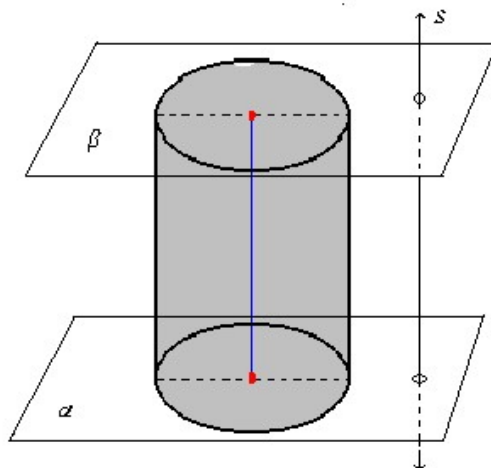
COORDENAÇÃO

SERGIO LOPES RODRIGUES

GEOMETRIA ESPACIAL

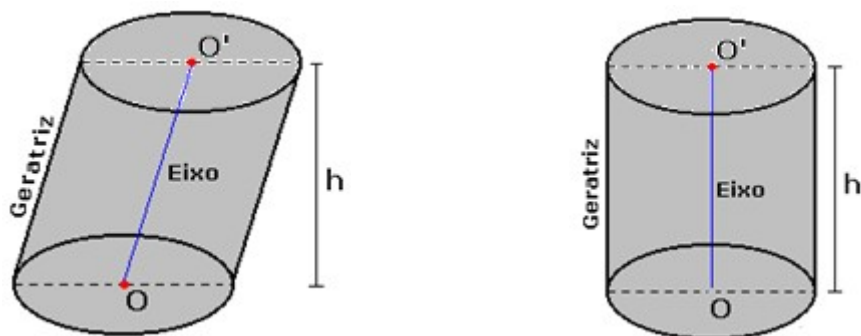
Cilindro

Consideremos dois planos, α e β , paralelos entre si, uma reta s concorrente com esses planos e um círculo de centro O e raio de medida r . Contido em α .



Chamamos de cilindro o sólido formado por todos os segmentos de reta com uma extremidade no círculo dado e a outra no plano β e paralelos à reta s .

Elementos de um cilindro

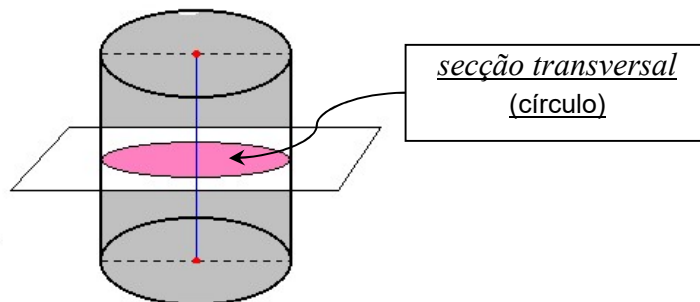


- **Bases** – são as regiões circulares congruentes de raio r , situadas em planos paralelos.
- **Eixo** – é a reta $\overleftrightarrow{OO'}$ que contém os centros das bases.
- **Altura** – é a distância entre os planos paralelos que contém as bases.

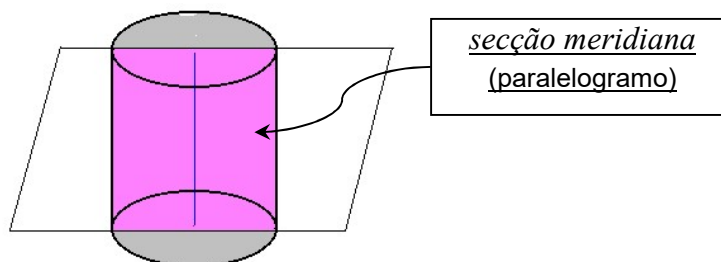
- **Geratriz** – são segmentos paralelos ao eixo, cujas extremidades são pontos das circunferências das bases.

Secções de um cilindro

- **Secção transversal** – é a intersecção do cilindro com um plano paralelo às bases e posicionado entre elas. Ela é congruente às bases (círculo).



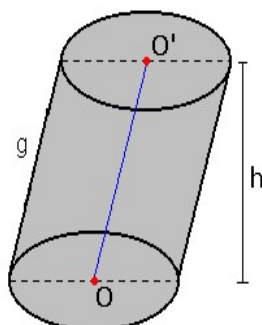
- **Secção meridiana** – é a intersecção do cilindro com um plano que contém o eixo. Ela é um paralelogramo.



Classificação dos cilindros

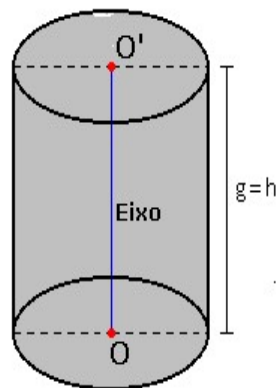
É classificado de acordo com a inclinação da geratriz em relação às bases.

- **Cilindro oblíquo** – quando as geratrizes são oblíquas às bases. Nesse caso, a secção meridiana é um paralelogramo.



A secção meridiana é um **paralelogramo**
 $g \neq h$

- **Cilindro reto ou cilindro de revolução** – quando as geratrizes são perpendiculares às bases. Nesse caso, a secção meridiana é um retângulo. Em um cilindro reto a geratriz e a altura tem a mesma medida ($g = h$). O cilindro reto também é chamado cilindro de revolução por ser gerado pela rotação completa de um retângulo em torno de um eixo que contém um de seus lados.

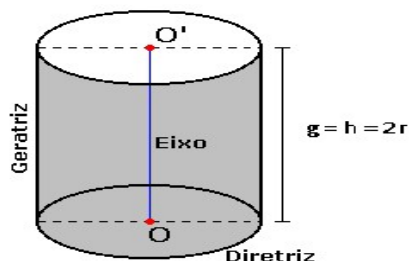


A secção meridiana é um **retângulo**

$$g = h$$

OBSERVAÇÃO:

Quando a secção meridiana de um cilindro reto é um quadrado (altura = diâmetro), dizemos que ele é um **CILINDRO EQUILÁTERO**.



A secção meridiana é um **quadrado**

$$h = 2r$$

Áreas do cilindro reto

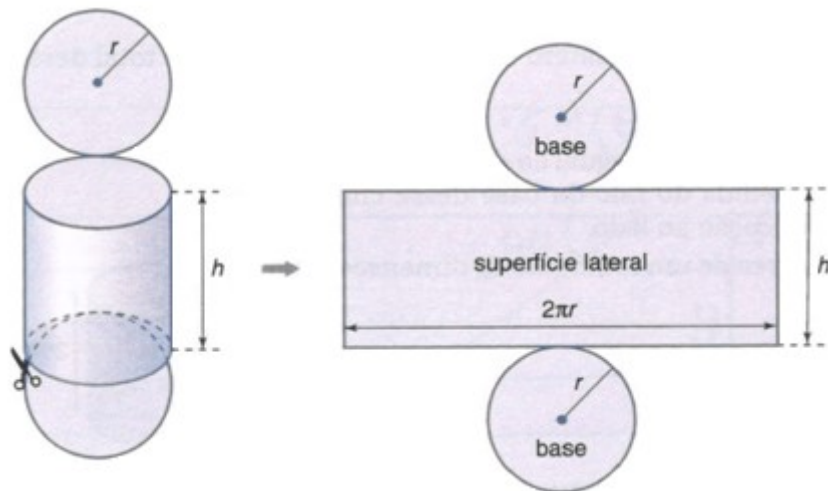
- **Área da base (A_B)** – é a área do círculo de raio r .

$$A_B = \pi r^2$$

- **Área lateral (A_L)** – é a área do retângulo de dimensões $2\pi r$ e h .

$$A_L = 2\pi r h$$

- **Área total (A_t)** – é a soma das áreas das bases com a área lateral.



$$A_t = 2A_B + A_L \Rightarrow A_t = 2 \cdot \pi r^2 + 2\pi r \cdot h \Rightarrow \boxed{A_t = 2\pi r(r + h)}$$

Volume

O cálculo do volume de um cilindro é equivalente ao de um prisma.

$$V = A_B \cdot h \Rightarrow \boxed{V = \pi r^2 \cdot h}$$

Exercícios resolvidos

1. Em um cilindro reto de 5 m de altura, o raio da base mede 3 cm. Determine a sua área lateral e seu volume.

Solução:

Cálculo da área lateral

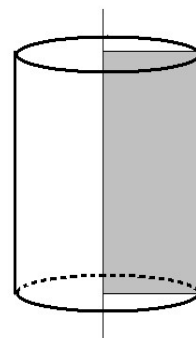
$$A_l = 2\pi r \cdot h$$

$$A_l = 2\pi \cdot 3.5$$

$$A_l = 30\pi \text{ cm}^2$$

Cálculo do volume

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$$



$$V = \pi \cdot 3^2 \cdot 5$$

$$V = 45\pi \text{ cm}^3$$

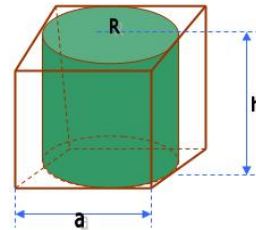
2. Qual o volume de um cilindro reto inscrito em um cubo de 4 cm de aresta?

Solução:

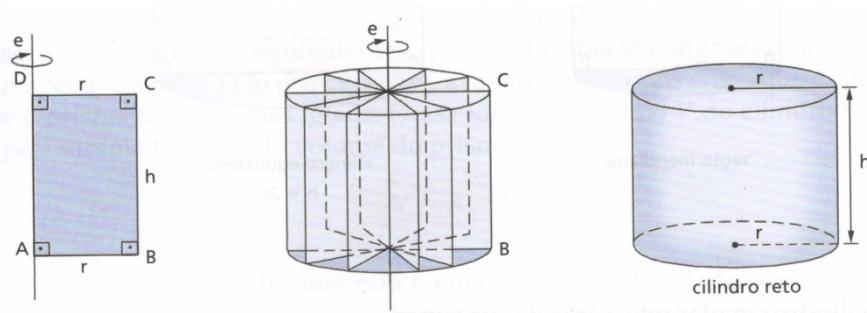
$$V = \pi r^2 \cdot h$$

$$V = \pi \cdot 2^2 \cdot 4$$

$$V = 16\pi \text{ cm}^3$$



3. Considere o cilindro obtido pela rotação de um retângulo em torno de seu maior lado.



Se as medidas do retângulo são 6 cm 5 cm, determine, nesse cilindro, a área:

- de cada uma das bases
- da superfície lateral
- total da superfície

Solução:

a) $A_B = \pi \cdot r^2$

$$A_B = \pi \cdot 5^2$$

$$A_B = 25\pi \text{ cm}^2$$

b) $A_L = 2\pi r \cdot h$

$$A_L = 2\pi \cdot 5 \cdot 6$$

$$A_L = 60\pi \text{ cm}^2$$

c) $A_T = S_L + 2S_B$

$$A_T = 60\pi + 2 \cdot 25\pi$$

$$A_T = 110\pi \text{ cm}^2$$

4. O raio da base de um cilindro equilátero mede 10 cm. Calcule, em litros, o volume desse cilindro.

Solução:

Como o cilindro é equilátero, temos:

$$h = 2r, \text{ então } h = 2 \cdot 10 = 20 \text{ cm}$$

Cálculo do volume

$$V = \pi r^2 \cdot h$$

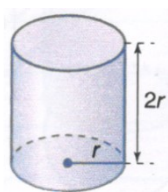
$$V = \pi \cdot 10^2 \cdot 20$$

$$V = \pi \cdot 100 \cdot 20$$

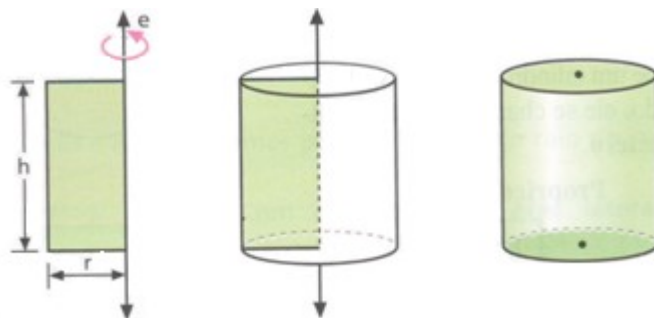
$$V = 2000\pi \text{ cm}^3$$

Exercícios

1. Determine a área total de um cilindro equilátero que tem $100\pi \text{ cm}^2$ de área lateral.



2. Considerando o sólido gerado pela rotação completa de um retângulo de dimensões 6 cm e 10 cm em torno de um eixo que contém o maior lado, determine:

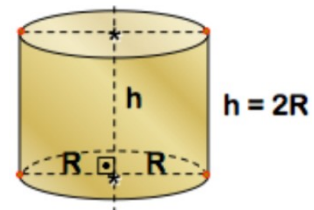


- a) Área da base;
 - b) Área lateral;
 - c) Área total;
 - d) Volume;
 - e) Secção meridiana.
3. Achar o volume e a área total do cilindro que tem por base um raio de medida 5 cm e altura 12 cm.

4. Sabe-se que área da base de um cilindro equilátero é $9\pi\text{cm}^2$.

Determine:

- a) O raio;
- b) A altura;
- c) A área lateral;
- d) O volume;
- e) Área da secção meridiana.

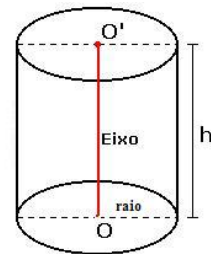


5. A altura de um cilindro reto é o triplo do raio da base. Sabendo que a área de uma secção meridiana desse cilindro é 216cm^2 , calcule:

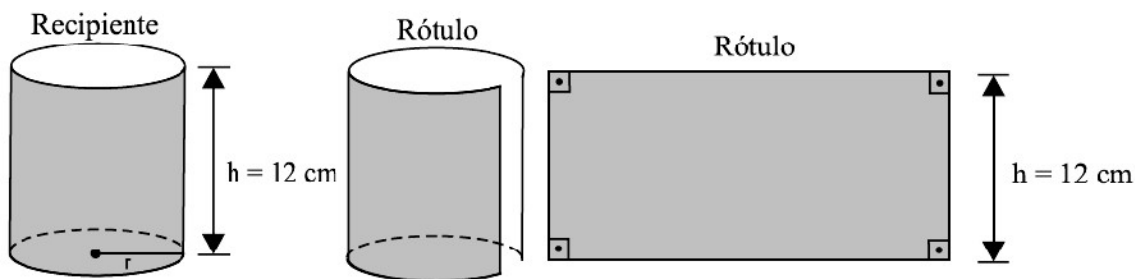
- a) A área total do cilindro;
- b) O seu volume.

6. Num cilindro reto de altura 6 cm, o diâmetro da base é 10 cm. Calcule:

- a) Área da base;
- b) Área lateral;
- c) Área total;
- d) Volume;
- e) Área da secção meridiana.



8. Um rótulo retangular, contendo a prescrição médica, foi colado em toda a superfície lateral de um recipiente de forma cilíndrica de certo remédio, contornando-o até as extremidades se encontrarem, sem haver superposição. Sabendo-se que o volume do recipiente (desprezando-se a sua espessura) é $192\pi\text{ cm}^3$, calcule, em cm^2 , a área do rótulo. (considere $\pi = 3,14$)



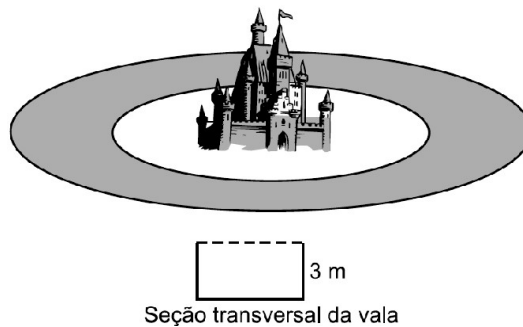
9. D. Maria faz artesanato decorando latinhas com E.V.A (etil vinil acetato). Ela recebe uma encomenda de 20 latinhas cilíndricas com medidas 9cm de altura e 8cm de diâmetro da base.



Quantos centímetros quadrados, no mínimo, de E.V.A. D. Maria utilizará:
(considere $\pi = 3,1$)

- a) para cobrir a tampa de uma lata?
- b) para cobrir a lateral de uma lata?
- c) para cobrir toda a superfície externa de uma lata?
- d) para cobrir a superfície externa de todas as 20 latas?

10. Um parque de diversões tem um castelo cercado por uma vala cujas bordas são dois círculos concêntricos de raios 41 m e 45 m. A profundidade da vala é constante e igual a 3 m.



O proprietário decidiu enchê-la com água e, para este fim, contratou caminhões pipa, cujos reservatórios são cilindros circulares retos com raio da base de 1,5 m e altura igual a 8 m.

Determine o número mínimo de caminhões-pipa necessário para encher completamente a vala.

11. “Um modelo de casa ecológica, a tão falada casa sustentável, foi um dos destaques da Mostra Fiesp/Ciesp de Responsabilidade Socioambiental, no fim de agosto, em São Paulo. Foi construída em parceria entre 22 empresas, que doaram materiais e tecnologia inovadora. A casa tem, entre outras inovações, sistema de captação de água da chuva pelo telhado, aquecimento solar com inclinação adequada das placas e estação de tratamento de esgoto.”

(O Estado de S.Paulo, Serviços & Construção, 11.09.2009)

O esgoto é tratado no local, numa estação compacta que tem a forma de um cilindro reto, com 1,2 m de diâmetro e 1,5 m de profundidade. Calcule, em m^3 , o volume dessa estação de tratamento de esgoto. (considere $\pi = 3$)

Bibliografia

DANTE, Luiz Roberto. Matemática Contexto e Aplicações. São Paulo, Ática, 2014.

PAIVA, Manoel. Matemática Paiva. São Paulo, Moderna 2014.

BARROSO, Juliane Matsubara. Conexões com a Matemática. São Paulo, Moderna, 2010.

BIANCHINI, Edwaldo; PACCOLA, Herval. Curso de Matemática. São Paulo, Moderna, s.d.

IEZZI, Gelson ET ALII. Matemática; volume único. São Paulo, Atual, 2007.

IEZZI, Gelson ET ALII. Matemática e Realidade. São Paulo, Saraiva, 2009.

IEZZI, Gelson ET ALII. Matemática Ciência e Aplicações. São Paulo, Saraiva, 2010.

MUNOZH, Aínda, F. da Silva; IKIEZAK, Iracema Mori. Elementos de Matemática. São Paulo, Saraiva, 1990.

RIBEIRO, Jackson. Matemática Ciência, Linguagem e Tecnologia. São Paulo, SCIPIONE, 2011.

Sites:

<http://www.somatematica.com.br>

Escola 24 horas - <http://www.escola24h.com.br>

<http://www.matematica.com.br>