

Análise Combinatória

Notação Fatorial

Seja n um número natural, tal que $n \geq 2$. Chama-se fatorial de n e representa-se por $n!$ o produto de todos os números naturais de n a 1. Isto é,

- Para $n \in \mathbb{N}$ e $n \geq 2$:

$$n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot (n-3) \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

- Para $n = 0$ e $n = 1$, definimos:

$$0! = 1! = 1$$

Exemplos 1

$$5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$$

$$8! = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 40320$$

Para calcularmos expressões como $\frac{8!}{5!}$ ou $\frac{8!}{10!}$, podemos fazer o seguinte:

$$\frac{8!}{5!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5!}{5!} = 8 \cdot 7 \cdot 6 = 336$$

$$\frac{8!}{10!} = \frac{8!}{10 \cdot 9 \cdot 8!} = \frac{1}{90}$$

Exemplos 1

Simplifique: $\frac{(n+2)!}{(n-1)!}$

Solução:

$$\frac{(n+2)!}{(n-1)!}$$

$$\frac{(n+2) \cdot (n+1) \cdot n \cdot \cancel{(n-1)!}}{\cancel{(n-1)!}}$$

Simplificando,

$$(n + 2) \cdot (n + 1) \cdot n = 0$$

Multiplicando $(n + 2)$ por $(n + 1)$, temos:

$$(n^2 + n + 2n + 2) \cdot n$$

$$(n^2 + 3n + 2) \cdot n$$

Finalizando a multiplicação,

$$n^3 + 3n^2 + 2n$$

Exercícios

1. Calcule:

a) $3! + 2!$

c) $\frac{6!}{12}$

e) $\frac{1!}{0!}$

b) $3 \cdot 4!$

d) $(3!)^2$

f) $\frac{18! + 20!}{18!}$

2. Simplifique:

a) $\frac{n!}{(n-3)!}$

b) $\frac{(n+1)!}{(n-1)!}$

3. (PUC-RJ) O produto $n \cdot (n-1)$ pode ser escrito, em termos de fatoriais, como:

a) $n! - (n-2)!$ c) $n! - (n-1)!$ e) $\frac{(2n)!}{n!(n-1)!}$

b) $\frac{n!}{(n-2)!}$ d) $\frac{n!}{2(n-1)!}$

4. (PUC-RJ) Para $n = 2003$, o valor de $\frac{n!(n^2 - 1)}{(n+1)!}$ é:

- a) 2003. c) 2001. e) 2006.
b) 2002. d) 2005.

5. A senha de acesso a um jogo de computador consiste em quatro caracteres alfabéticos ou numéricos, sendo o primeiro necessariamente alfabético. O número de senhas possíveis será, então:

- a) 36^4 . c) 26×36^3 . e) 10×26^4 .
b) 10×36^3 . d) 26^4 .