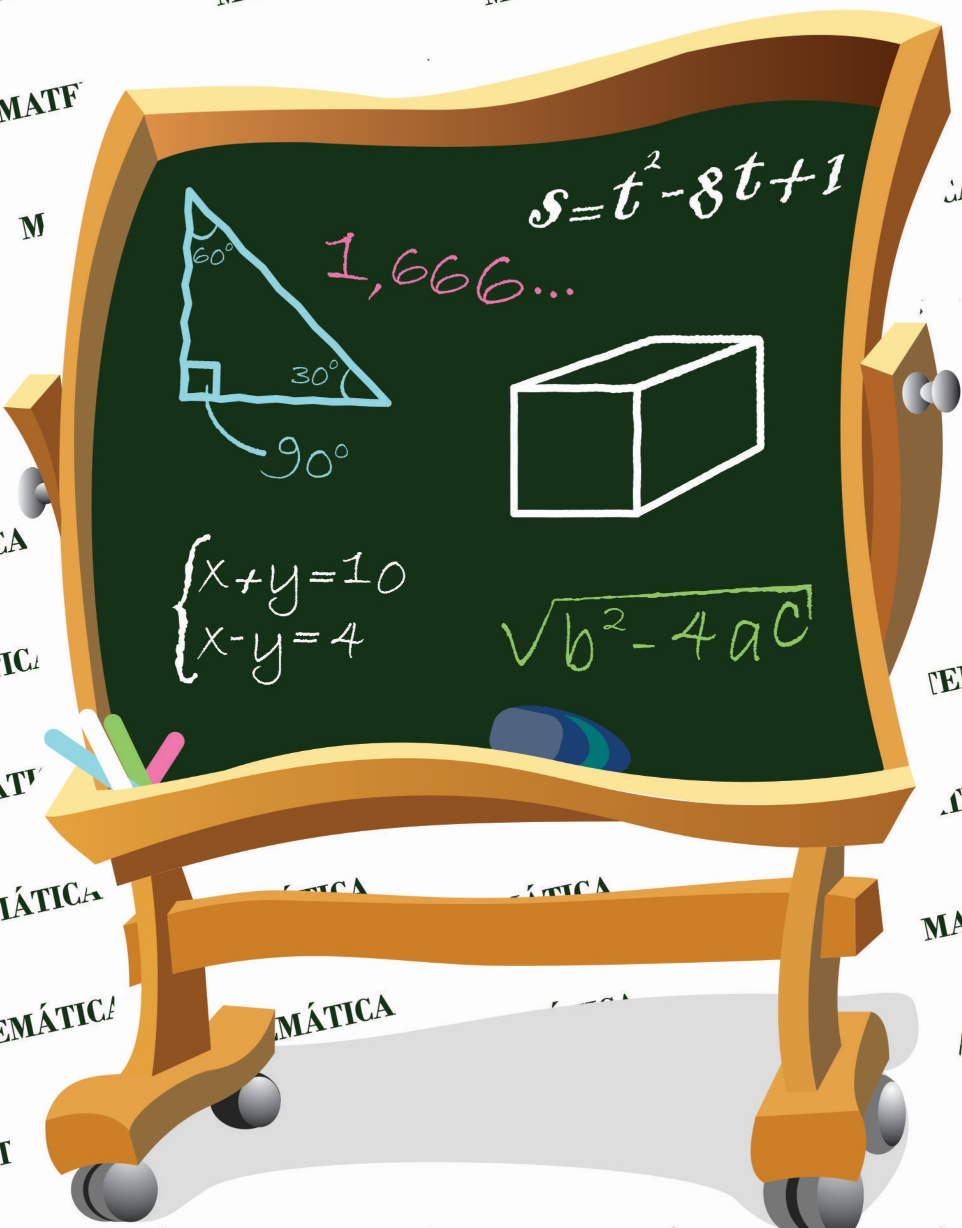
MATEMÁTICA



FAETEC
FUNDAÇÃO DE APOIO À ESCOLA TÉCNICA DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO

ETEVM
ESCOLA TÉCNICA ESTADUAL VISCONDE DE MAUÁ

GOVERNO DO Rio de Janeiro

1º ANO

1ª etapa

Apostila I

Matemática Básica

(Revisando Potenciação)

COORDENAÇÃO
SERGIO LOPES RODRIGUES

Lembrando potenciação

Considere a seguinte situação:

Numa Olimpíada Cultural participam 4 colégios. De cada colégio participam 4 turmas.Em cada turma há 4 alunos participantes.Para você saber quantos alunos vão participar dessa Olimpíada, basta você fazer:
$4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$

Observamos que 4 **.** 4 **.** 4 representa um **produto** (multiplicação) de 3 **fatores iguais.**

Quando todos os fatores são todos iguais existe uma forma diferente de fazer a representação dessa multiplicação que é a **potenciação** e no caso acima é representada por $\mathbf{4^3}$. Então: $\mathbf{4^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4 = 64}$

ELEMENTOS DA POTENCIAÇÃO

Expoente

$4^3 = 64$

Base **Potência**

O fator (número) que se repete chama-se **base**; no exemplo acima é o **4**.

O número que mostra a quantidade de números que se repetem chama-se ***expoente***, no caso **3**. O número **64** que é o resultado da operação chama-se ***potência***.

Outros exemplos:

$(-2)^5 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) =$

$10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^7 = 10000000$

$(-5)^2 = (-5) \cdot (-5) = 25$

$(-3)^4 = (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = 81$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{8}{27}$$

$$\left(-\frac{1}{2}\right)^3 = \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{8}$$

Lembrete : **O número sem sinal é positivo**

Com os exemplos acima, podemos observar que a potência de todo número racional elevado a um expoente par é um número positivo e a potência de todo número racional elevado a um expoente ímpar é um número que conserva o sinal da base.

Observações:

a) Todo número elevado a 1 é igual a ele mesmo.

$\mathbf{9^1 = 9}$, $\mathbf{17^1 = 17}$

b) Todo número elevado a zero é igual a 1.

$\mathbf{24^0 = 1}$, $\mathbf{15^0 = 1}$

Lembrando como se lê uma potência

Toda potência tem a sua forma de representação, assim, possui também uma leitura específica que irá depender do valor do expoente. Veja como é feita a leitura das potências.

7^1 = sete elevado a um.

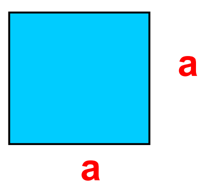
4^2 = quatro ao quadrado.

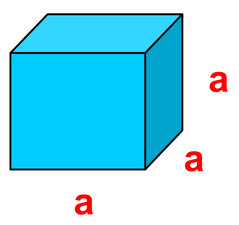
8^3 = oito elevado a terceira potência ou oito ao cubo.

2^5 = dois elevado a quinta potência.

6^{14} = seis elevado a décima quarta potência.

Quando o expoente é igual a 2 ou 3 chamamos de quadrado ou cubo, respectivamente. Essa denominação veio do cálculo da **área de um quadrado** que é o produto de dois fatores iguais (lados iguais) e do **volume do cubo** que é o produto de três fatores iguais (comprimento, largura e altura).





Área = $a \cdot a = a^2$

Volume = $a.a.a = a^3$

Potência com expoente inteiro negativo

Nos casos em que o expoente é negativo, devemos trocar o sinal do expoente e inverter a base, isto é, o numerador passa a ser denominador e o denominador passa a ser numerador.

Observe:

$$\left(-\frac{3}{5}\right)^{-2} = \left(-\frac{5}{3}\right)^{2} = \frac{25}{9}$$

$$(+2)^{-3} = \left(+\frac{2}{1}\right)^{-3} = \left(+\frac{1}{2}\right)^{3} = +\frac{1}{8}$$

$$\left(-\frac{1}{3}\right)^{-3} = (-3)^3 = -27$$

$$10^{-1} = \left(\frac{1}{10}\right)^{1} = \frac{1}{10}$$

$$10 = 10^{1}$$

$$100 = 10^{2}$$

$$1000000 = 10^{6}$$

Observe:

$$0{,}1 = \frac{1}{10} = 10^{-1}$$

$$0{,}01 = \frac{1}{100} = \frac{1}{10^2} = 10^{-2}$$

Usando o mesmo raciocínio temos:

$$0{,}001 = 10^{-3}$$

$$0{,}0000001 = 10^{-7}$$

$$0{,}0007 = 7 \cdot 0{,}0001 = 7 \cdot 10^{-4}$$

Propriedades

a) Multiplicação de potências de bases iguais

$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$ => Mantenha a base e some os expoentes.

$$5^3 \cdot 5^4 = 5^{3+4} = 5^7$$

$$6^3 \cdot 6^{-5} = 6^{3+(-5)} = 6^{-2}$$

b) Divisão de potências de bases iguais

$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$, **"a"** diferente de zero **=>** **Mantenha a base e subtraia os expoentes.**

$\frac{3^7}{3^5} = 3^{7-5} = 3^2 = 9$

$7^2 \div 7^{-1} = 7^{2-(-1)} = 7^{2+1} = 7^3 = 343$

c) Potência de potência

$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$ => **Mantenha a base e multiplique os expoentes.**

$(2^2)^3 = 2^{2 \cdot 3} = 2^6 = 64$

Outras propriedades

d) Potência de um quociente

$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ "b" diferente de zero.**=>** **Eleve o numerador e o denominador ao mesmo expoente.**

$\left(\frac{4}{7}\right)^2 = \frac{4^2}{7^2} = \frac{16}{49}$

e) Produto de potência de mesmo expoente

$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$ => **Multiplique as bases conservando os expoentes.**

$5^4 \cdot 2^4 = (2 \cdot 5)^4 = 10^4 = 10000$

f) Quociente de potência de mesmo expoente

$a^n : b^n = (a : b)^n$ => **Divida as bases conservando os expoentes.**

$\frac{24^5}{12^5} = \left(\frac{24}{12}\right)^5 = 2^5 = 32$

Observe os exemplos abaixo:

$(-3)^2 = 9$
$-3^2 = -9$

O sinal de negativo (-) na frente do três, só fará parte da potenciação quando estiver dentro de um parêntese, caso contrário, ele continua no seu lugar no resultado.

Porém, no primeiro exemplo, o expoente é 2, número par, por isto o negativo do 3 ao final se transforma em positivo. Se o expoente fosse 3, o resultado seria negativo:

$(-3)^3 = (-3) . (-3) . (-3) = 9 . (-3) = -27$

Se tirarmos os parênteses:

$-3^3 = -3 . 3 . 3 = -9 . 3 = -27$

Outra observação:

Quando se escreve 5^{2^3} convenciona-se que é o mesmo que $5^{(2^3)} = 5^8$

Repare que $5^{2^3} \neq (5^2)^3$

$\mathbf{5^8} \neq \mathbf{5^6}$

Vejamos alguns exercícios resolvidos:

Calcular o valor da expressão $81^{0,5} + 16^{0,25}$.

Solução:

$$81^{0,5} = (3^4)^{\frac{5}{10}} = (3^4)^{\frac{1}{2}} = 3^{\frac{4}{2}} = 3^2 = 9$$

$$16^{0,25} = (2^4)^{\frac{25}{100}} = (2^4)^{\frac{1}{4}} = 2^{\frac{4}{4}} = 2^1 = 2$$

$81^{0,5} + 16^{0,25} = 9 + 2 = 11$

Exercícios

1) Calcule:

a) $\left(-\frac{2}{7}\right)^2$

b) $(-2)^{-3}$

c) 123^0

d) $(-1)^{98}$

e) $\left(-\frac{3}{2}\right)^{-4}$ f) $\left(-\frac{1}{5}\right)^{-2}$

2) Calcule:

a) $7^9 \cdot 7^6$ b) $2^9 : 2^5$

c) $2^5 . 5^5$ d) $25^{0,5}$

e) $3^{-485} : 3^{-448}$ f) $\frac{4286^5}{2143^5}$

g) $5^{-17} \cdot 5^{19}$ h) $2^{46} \cdot 2^{-49}$

i) $\frac{2^5 \cdot 2^{-4}.2^2}{2^{-6}.2^4}$ J) $\frac{\left(3^6\right)^2 \cdot 3^{-8}}{3^{-7} \cdot \left(3^4\right)^2}$

3) O valor da expressão $\frac{0,001 \ . \ (0,01)^2 \ . \ 10^2}{(0,1 \ . \ 10^2)^{-4}}$, é

a) 1 b) 0,1 c) 0,01 d) 0,001

4) O valor de $36^{1/2} - 27^{1/3} - 243^{0,2}$ é:

a) 3 b) 5 c) 0 d) 6 e) -1

5) Calcule o Valor de $(-1)^{18} . \{4^3 – [5 . 6^0 + 7 . (9^2 – 79^1 + 1^{79})]\} + (-1)^{78} + 78^1$.

6) Calcule o valor de $[10^2 . (10^{1994} : 10^{1997})]^3$.

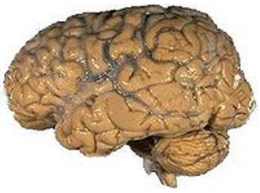
7) Em pesquisa realizada, constatou-se que a população (P) de uma bactéria cresce segundo a expressão $P(t) = 10 . 3^t$, em que t representa o tempo em horas. Qual deverá ser a população dessa bactéria depois de ter passado 4 horas?

8) Qual o número de algarismos do resultado da expressão $4^{1202} . 2,5^{1200}$

Notação científica

Nós sempre tivemos a necessidade de medir as coisas que nos cercam. Na antiguidade, com o início da pecuária, por exemplo, um pastor de ovelhas utilizava-se de pedras para contar a quantidade de ovelhas que possuía, hoje em dia, cientistas medem as distâncias estimadas entre a Terra e galáxias distantes e, até mesmo, medem o tamanho de células e estimam a massa de um elétron.

Medir distância entre planetas e estrelas ou estimar a massa de partículas muito pequenas, tornou-se algo muito difícil em razão da quantidade de algarismos envolvidos nos números e as unidades de medidas do sistema internacional. Com isso, cientistas encontraram uma forma de melhorar e facilitar a escrita do número. Essa nova forma de representação numérica chama-se **Notação Científica**.



O cérebro humano tem cerca de 100000000000 neurônios ou 1×10^{11} neurônios.

A notação cientifica é uma forma de se reduzir a escrita de um número. Um número deve ser escrito em notação científica da seguinte forma:

$$m \,.\, 10^x$$

Onde **x** é um expoente inteiro e **m** é um número maior ou igual a 1 e menor que 10.Essa regra serve tanto para números muito pequenos quanto para números muito grandes.

Exemplo1:

A distância aproximada entre o Sol e a Terra é de 150.000.000 km, para escrevermos esse número em notação científica faremos o seguinte: Colocaremos uma vírgula entre os algarismos 1 e 5 já que o primeiro termo deve estar entre 1 e 10. O número de casas que a vírgula se desloca para a esquerda corresponde ao expoente da base 10 correspondente.

.

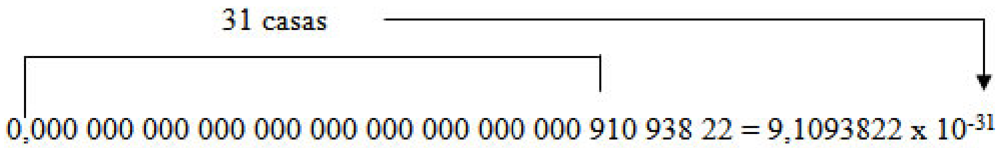
$$\overbrace{150.000.000}^{8 \text{ casas}} \text{ km} = 1{,}5 \text{ x } 10^8 \text{ km}$$

Cada casa decimal que se desloca para a **esquerda aumenta** o expoente em uma unidade.

Nesse caso, a vírgula se desloca oito casas para a esquerda.Assim, o expoente da base dez é oito.

Exemplo2:

A massa de um elétron é de 0,000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 910 938 22 kg aproximadamente.Para que esse número seja escrito em notação científica, devemos deslocar a vírgula para a direita de forma a ficar entre os algarismos 9 e 1.



Cada casa decimal que se desloca para a **direita diminui** o expoente em uma unidade.Nesse caso, a vírgula se desloca trinta e uma casas para a direita, portanto, o expoente da base dez é menos trinta e um.

Observações:

Quando o expoente da base 10 for positivo, implica que o número é **maior** do que 1. No entanto, se o expoente for negativo, implica que o número é **menor** do que 1.

Cada casa decimal que se desloca para a esquerda aumenta o expoente em uma unidade, e cada casa decimal que se desloca para a direita diminui o expoente em uma unidade.

Agora observe a transformação do número 0,0000000485 passo a passo:
0,0000000485
0,000000485 × 10−1
0,00000485 × 10−2
0,0000485 × 10−3
0,000485 × 10−4
0,00485 × 10−5
0,0485 × 10−6
0,485 × 10−7
4,85 × 10−8

Adição e subtração

Para somar ou subtrair dois números em notação científica, é necessário que os expoentes sejam o mesmo.

Exemplos 1

$3{,}6 \cdot 10^6 + 4{,}72 \cdot 10^8$ => um dos valores deve ser transformado para que seu expoente seja igual ao do outro.

Para facilitar, transformaremos o número de menor expoente.

$3{,}6 \cdot 10^6 = 0{,}036 \cdot 10^8$ (como a diferença entre os expoente é 2, então devemos caminhar com a vírgula 2 casas para esquerda)

$0{,}036 \cdot 10^8 + 4{,}72 \cdot 10^8 = (0{,}036 + 4{,}72) \cdot 10^8 = 4{,}756\ ) \cdot 10^8$

Exemplos 2

$1{,}5 \cdot 10^7 - 9{,}2 \cdot 10^6 =$
$1{,}5 \cdot 10^7 - 0{,}92 \cdot 10^7 = (1{,}5 - 0{,}92) \cdot 10^7 = 0{,}58 \cdot 10^7 = 0{,}58 \cdot 10 \cdot 10^6 = 5{,}8 \cdot 10^6$

Outro modo:

$1{,}5 \cdot 10^7 - 9{,}2 \cdot 10^6 =$
$15 \cdot 10^6 - 9{,}2 \cdot 10^6 = (15 - 9{,}2) \cdot 10^6 = 5{,}8 \cdot 10^6$

Observação:

Nas operações de multiplicação, divisão e potenciação, usaremos as propriedades da potenciação que já conhecemos.
Exemplos:

$(6 \cdot 10^{12}) \cdot (3 \cdot 10^8) = (6 \cdot 3 \cdot 10^{12} \cdot 10^8) = (6 \cdot 3) 10^{12+8} = 18 \cdot 10^{20} = 1{,}8 \cdot 10^{21}$

$(7 \cdot 10^{12}) : (2 \cdot 10^8) = (7 : 2) \cdot 10^{12-18} = 3{,}5 \cdot 10^{-6}$

$(2 \cdot 10^3)^5 = 2^5 \cdot (10)^{3 \cdot 5} = 32 \cdot 10^{15} = 3{,}2 \cdot 10^{16}$

Exercícios

1- Escreva os números abaixo em notação científica.

a) 300000000000

b) 56700000

c) 0,000000000007

d) 0,0000034

e) $3427 \cdot 10^{12}$

f) $0{,}356 \cdot 10^9$

g) $578 \cdot 10^{-8}$

h) $0{,}0392 \cdot 10^{-13}$

2- Como se escreve "cinco mil" em notação científica?

3- Em notação científica como se escreve "cinquenta e oito mil"?

4- Calcule e dê a resposta em notação científica:

a) $2,6 . 10^6 + 3,42 . 10^6$

b) $3,63 . 10^8 + 4,7 . 10^7$

c) $4,63 . 10^9 - 37,2 . 10^7$

d) $(3 . 10^{11}) . (4 . 10^9)$

e) $(9 . 10^{13}) : (2 . 10^{14})$

f) $(3 . 10^3)^4$

5- um ano-luz é a distância que a luz percorre em um ano. Considerando que, aproximadamente, a velocidade da luz é de trezentos milhões de metros por segundo e um ano tem 32 milhões de segundos, devemos multiplicar (trezentos milhões) por (32 milhões) para obter o valor do ano-luz em metros. Efetue esta conta em notação científica.

6- A massa do planeta Júpiter é de 1,9 x 10^{27} kg, e a massa do Sol é de 1,9891 x 10^{30} kg. Calcule, em notação científica:

a) A soma das duas massas

b) Aproximadamente, quantas vezes o Sol é mais massivo que Júpiter

Bibliografia

BARROSO,Juliane Matsubara. Conexões com a Matemática. São Paulo, Moderna, 2010.

BIANCHINI, Edwaldo; PACCOLA, Herval. Curso de Matemática. São Paulo, Moderna, s.d.

FACHINI, Walter. Matemática; volume único. São Paulo, Saraiva,1996.
GIOVANNI, José Rui; BONJORNO, José Roberto. Matemática. São Paulo, FTD,1992.

IEZZI, Gelson ET ALII. Matemática; volume único. São Paulo, Atual, 2007.
IEZZI, Gelson ET ALII. Matemática e Realidade. São Paulo, Saraiva, 2009.
IEZZI, Gelson ET ALII. Matemática Ciência e Aplicações. São Paulo, Saraiva,2010.

MARCONDES, Carlos Alberto ET AL. Matemática. São Paulo, Ática, 2000.
MORI, Iracema; ONAGA, Dulce Satiko. Matemática antes e depois. São Paulo, Saraiva, 2006.

MUNOHZ, Ainda, F. da Silva; IKIEZAK, Iracema Mori. Elementos de Matemática. São Paulo, Saraiva, 1990.

RIBEIRO, Jackson. Matemática Ciência, Linguagem e Tecnologia. São Paulo, SCIPIONE, 2011.

Sites:

http://www.somatematica.com.br
Escola 24 horas - http://www.escola 24h.com.br
http://www.matematica.com.br