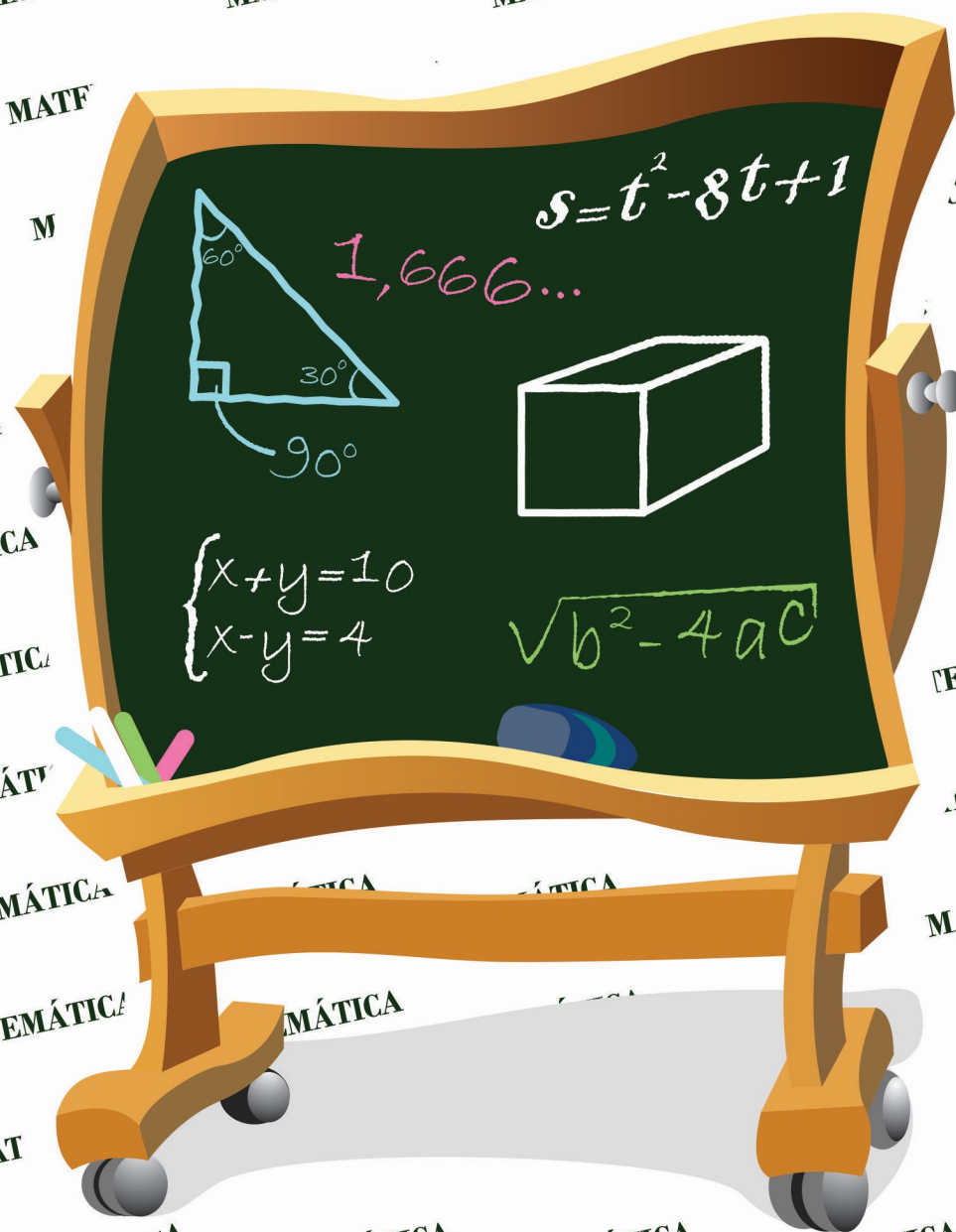


MATEMÁTICA



3º ANO

GEOMETRIA ESPACIAL (poliedro)

COORDENAÇÃO

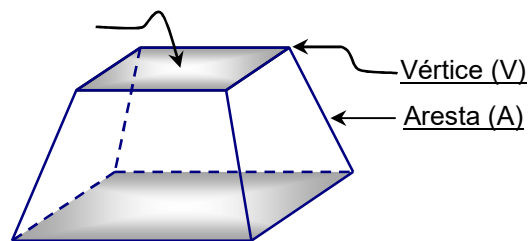
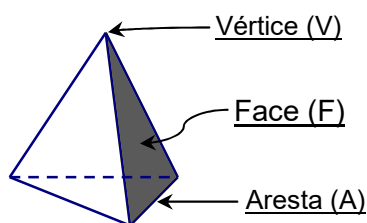
SERGIO LOPES RODRIGUES

GEOMETRIA ESPACIAL

Poliedros

Chamamos de poliedro o sólido limitado por polígonos planos, pertencentes a planos diferentes e que têm dois a dois somente uma aresta em comum.

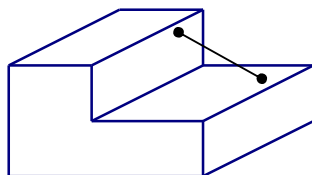
Os elementos principais de um poliedro são:



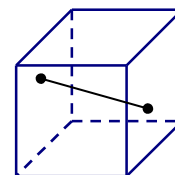
- As faces do poliedro são polígonos.
- As arestas são os lados dos polígonos.
- Os vértices são os vértices dos polígonos.

Poliedros convexos

Quando o segmento de reta que ligar dois pontos quaisquer do poliedro estiver contido no poliedro, ele é chamado poliedro convexo. Caso contrário, dizemos que o poliedro é não-convexo.



Poliedro não-convexo



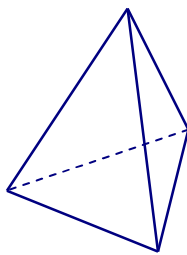
Poliedro convexo

Classificação

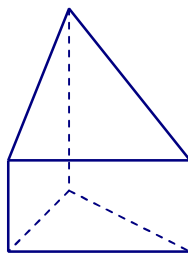
Os poliedros convexos receberam nomes de acordo com o número de faces, como por exemplo:

- Tetraedro: 4 faces
- Pentaedro: 5 faces
- Dodecaedro: 12 faces

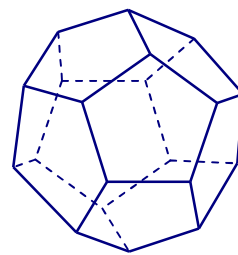
Exemplos



Tetraedro



Pentaedro



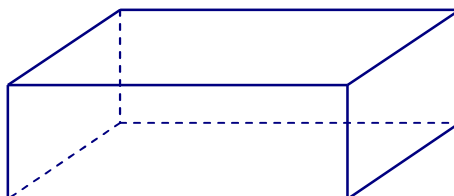
Dodecaedro

Relação de Euler

A relação de Euler estabelece que para todo poliedro convexo cujo número de vértices é **V**, o número de arestas é **A** e o número de faces é **F**, vale a relação:

$$V + F = A + 2$$

Observe o exemplo e a verificação da relação de Euler:



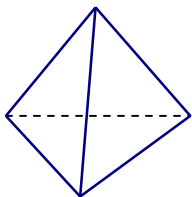
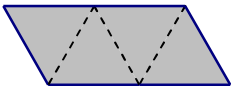
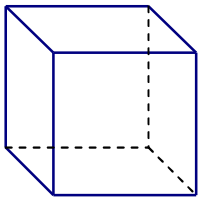
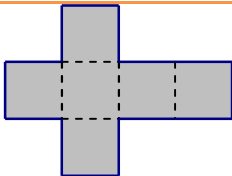
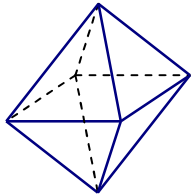
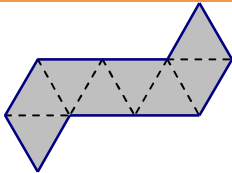
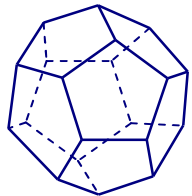
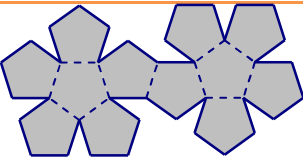
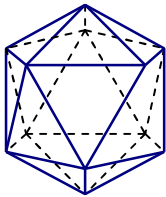
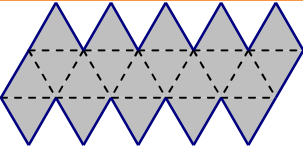
Na figura temos: 8 vértices, 12 arestas e 6 faces.

Verificando na relação $V + F = A + 2$, teremos: $8 + 6 = 12 + 2$

Poliedros regulares

Um poliedro convexo é denominado poliedro regular quando todas as faces são polígonos regulares iguais e em todos os vértices converge um mesmo número de arestas.

Existem **cinco** poliedros regulares. São eles:

NOME	FACES	VÉRTICES	ARESTAS	PLANIFICAÇÃO
Tetraedro regular 	4 triangulares	4	6	
Hexaedro regular (cubo) 	6 quadrangulares	8	12	
Octaedro regular 	8 triangulares	6	12	
Dodecaedro regular 	12 pentagonais	20	30	
Icosaedro regular 	20 triangulares	12	30	

Exercício resolvido

Determine o número de arestas e de vértices de um hexaedro convexo de 2 faces triangulares e 4 faces quadrangulares.

Solução:

2 faces triangulares : $2 \cdot 3 = 6$ arestas

4 faces quadrangulares: $4 \cdot 4 = 16$ arestas

Como cada aresta é comum a duas faces, o número de arestas é dado por:

$$A = \frac{6+16}{2} = 11 \text{ arestas}$$

Aplicando a relação de Euler, obtemos o número de vértices:

Número de faces = 6

Número de arestas = 11

$$V + F = A + 2 \quad \Rightarrow \quad V + 6 = 11 + 2 \quad \Rightarrow \quad V = 7$$

Portanto, esse hexaedro tem 11 arestas e 7 vértices.

Exercícios

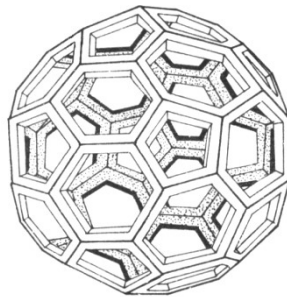
01. Um poliedro convexo possui oito faces e doze vértices. Calcule o número de arestas desse sólido.

02. Determinar o número de arestas e de vértices de um poliedro convexo com seis faces quadrangulares e quatro faces triangulares.

03. Em um poliedro convexo de 20 arestas, o número de faces é igual ao número de vértices. Determine o número de faces do poliedro.

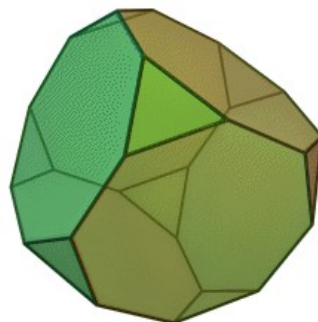
04. Determinar o número de arestas de um poliedro convexo que possui seis faces e oito vértices.

05. O poliedro da figura (uma invenção de Leonardo da Vinci utilizada modernamente na fabricação de bolas de futebol) tem como faces 20 hexágonos e 12 pentágonos, todos regulares.

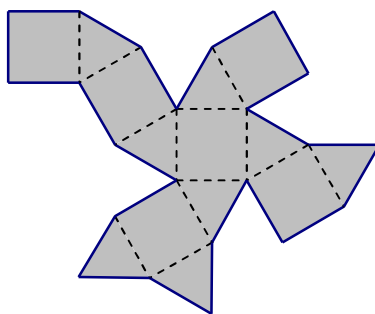


Calcule o número de vértices desse poliedro.

06. Na figura abaixo temos um cubo truncado. Este sólido é formado por seis faces octogonais e oito faces triangulares. Determine o número de arestas e de vértices desse sólido.

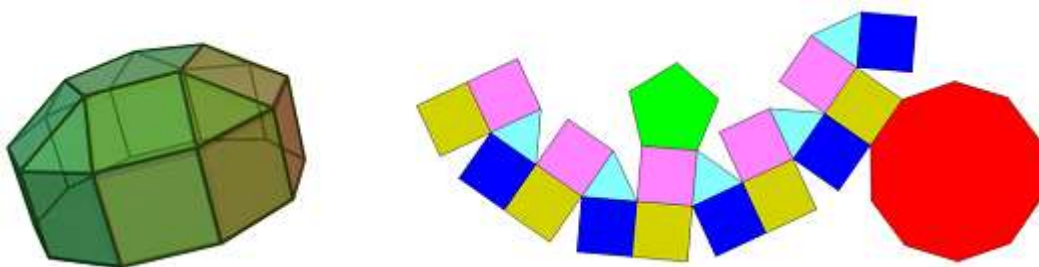


07. A figura a seguir representa a planificação de um poliedro convexo.



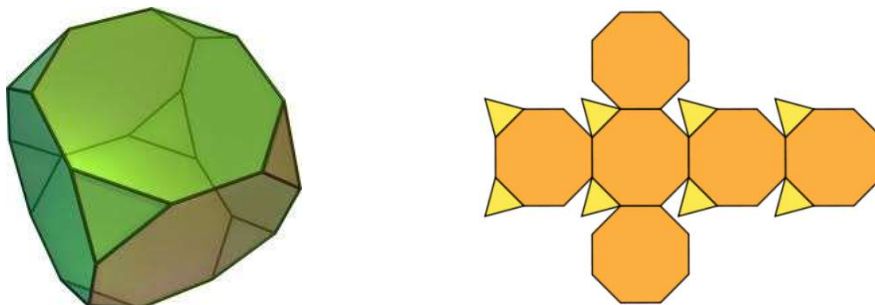
Determine o número de vértices e arestas deste poliedro.

08. Na figura abaixo temos um poliedro chamado [cúpula pentagonal alongada](#) e sua planificação. Observamos que esse sólido é formado por cinco faces triangulares, uma face pentagonal, uma face decagonal e quinze faces quadrangulares.



Determine o número de arestas e de vértices desse sólido.

09. Na figura abaixo temos um poliedro chamado [Hexaedro Truncado](#) e sua planificação.



Determine o número de arestas e de vértices desse sólido.

Bibliografia

DANTE, Luiz Roberto. Matemática Contexto e Aplicações. São Paulo, Ática, 2014.

PAIVA, Manoel. Matemática Paiva. São Paulo, Moderna 2014.

BARROSO, Juliane Matsubara. Conexões com a Matemática. São Paulo, Moderna, 2010.

BIANCHINI, Edwaldo; PACCOLA, Herval. Curso de Matemática. São Paulo, Moderna, s.d.

IEZZI, Gelson ET ALII. Matemática; volume único. São Paulo, Atual, 2007.

IEZZI, Gelson ET ALII. Matemática e Realidade. São Paulo, Saraiva, 2009.

IEZZI, Gelson ET ALII. Matemática Ciência e Aplicações. São Paulo, Saraiva, 2010.

MUNOZH, Aínda, F. da Silva; IKIEZAK, Iracema Mori. Elementos de Matemática. São Paulo, Saraiva, 1990.

RIBEIRO, Jackson. Matemática Ciência, Linguagem e Tecnologia. São Paulo, SCIPIONE, 2011.

Sites:

<http://www.somatematica.com.br>

Escola 24 horas - <http://www.escola24h.com.br>

<http://www.matematica.com.br>