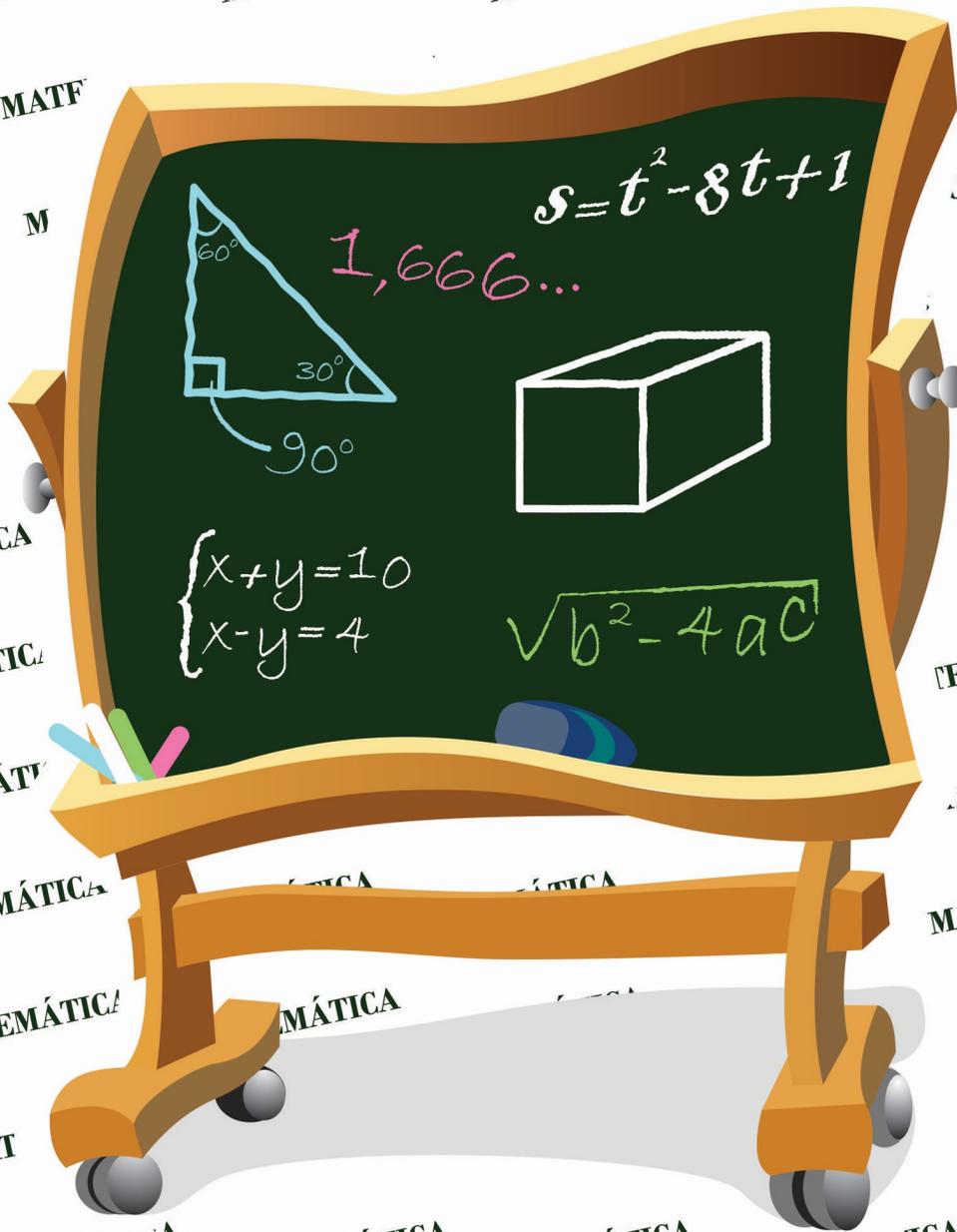


MATEMÁTICA



1^o ANO

1^a etapa

Apostila II

Matemática Básica

Porcentagem

COORDENAÇÃO

SERGIO LOPES RODRIGUES



PORCENTAGEM

É frequente o uso de expressões que refletem acréscimos ou reduções em preços, números ou quantidades, sempre tomando por base 100 unidades.

Observe a notícia abaixo:

Pesquisa revela que 79% dos municípios possuem biblioteca

Um mapeamento das Bibliotecas Públicas Municipais (BPMs) foi realizado em todo o Brasil com o objetivo de aperfeiçoar as políticas para o setor. Encomendado pelo Ministério da Cultura (MinC), o 1º Censo Nacional das BPMs foi realizado pela Fundação Getúlio Vargas. A pesquisa mostra que 79% dos municípios brasileiros possuem ao menos uma biblioteca. Em 13% dos casos, as bibliotecas ainda estão em fase de implantação ou reabertura e em 8% estão fechadas, extintas ou nunca existiram. **(Em questão- 3 de maio de 2010).**

Agora, vamos destacar trechos da notícia:

A pesquisa mostra que 79% dos municípios brasileiros possuem ao menos uma biblioteca. Em 13% dos casos, as bibliotecas ainda estão em fase de implantação ou reabertura e em 8% estão fechadas, extintas ou nunca existiram.

Isso significa que de cada 100 municípios brasileiros 79 possuem ao menos uma biblioteca, 13 possuem as bibliotecas ainda em fase de implantação ou reabertura e 8 estão fechadas, extintas ou nunca existiram.

Razão centesimal

Toda a razão que tem para denominador o número 100 denomina-se **razão centesimal**. Veja alguns exemplos:

$$\frac{5}{100} \quad \frac{24}{100} \quad \frac{150}{100}$$

Podemos representar uma razão centesimal de outras formas:

$$\frac{5}{100} = 0,05 = 5\% \text{ (lê-se: cinco por cento)}$$

$$\frac{27}{100} = 0,27 = 27\% \text{ (lê-se: vinte e sete por cento)}$$

$$\frac{135}{100} = 1,35 = 135\% \text{ (lê-se: cento e trinta e cinco por cento)}$$

As expressões 5%, 27% e 135% são chamadas **taxas percentuais** ou **porcentagem**.

Veja algumas transformações de outros tipos de razões em porcentagem:

$$\frac{1}{2} = 0,5 = 0,50 = 50\%$$

$$\frac{1}{5} = 0,20 = 20\%$$

$$\frac{3}{4} = 0,75 = 75\%$$

$$\frac{1}{8} = 0,125 = 12,5\%$$

$$\frac{9}{8} = 1,125 = 112,5\%$$

Observe que para transformar um **número decimal** em **porcentagem**, andamos com a vírgula duas casas para direita.

Veremos agora como resolver problemas que envolvem porcentagem.

Considere os seguintes problemas:

1 - O aluguel de minha casa é R\$720,00. No mês que vem haverá um aumento de 8%. Quanto pagarei a mais no próximo mês?

Acompanhe duas maneiras de resolver esse problema.

i) Sabendo que 8% representam o mesmo que $\frac{8}{100}$, temos:

$$8\% \text{ de } 720 = \frac{8}{100} \text{ de } 720 = \frac{8}{100} \cdot 720 = \frac{5760}{100} = 57,6$$

ii) Sabendo que 8% representam o mesmo que 0,08, temos:

$$8\% \text{ de } 720 = 0,08 \cdot 720 = 57,6$$

Portanto, pagarei a mais R\$ 57,60.

2 - Fernanda disse para um amigo: Fui promovida. Tive um aumento de 12% e passei a ganhar R\$ 168,00 a mais no meu salário. Qual era o salário de Fernanda?

Acompanhe as duas maneiras de resolver o problema.

Podemos resolver o problema usando uma equação do 1º grau com uma incógnita.

Vamos representar o antigo salário de Fernanda por x .

12% do antigo salário (x) de Fernanda corresponde a R\$ 168,00

Equacionado o problema, temos:

$$12\% \text{ de } x = 168 \Rightarrow \frac{12}{100} \cdot x = 168$$

$$x = 168 : \frac{12}{100} \Rightarrow 168 \cdot \frac{100}{12} = 1400$$

Outro modo :

$$i) 12\% \text{ de } x = 168 \Rightarrow \frac{12}{100} \cdot x = 168 \Rightarrow \frac{12x}{100} = 168 \Rightarrow 12x = 168 \cdot 100$$

$$\Rightarrow 12x = 16800 \Rightarrow x = \frac{16800}{12} \Rightarrow x = 1400$$

Portanto, o salário de Fernanda era R\$ 1400,00

3 - Em uma sala de aula com 40 alunos, 6 utilizam bicicletas como transporte. Exprese em porcentagem a quantidade de alunos que utilizam bicicleta.

$x\%$ de 40 alunos equivale a 6 alunos

Equacionado o problema, temos:

$$x\% \text{ de } 40 = 6 \Rightarrow \frac{x}{100} \cdot 40 = 6 \Rightarrow \frac{40x}{100} = 6 \Rightarrow 40x = 6 \cdot 100 \Rightarrow$$

$$40x = 600 \Rightarrow x = \frac{600}{40} \Rightarrow x = 15$$

Portanto, 15% dos alunos utilizam bicicleta

Podemos calcular também pela razão entre os números de aluno.

Neste caso, devemos determinar o percentual de 6 alunos para o total de 40 alunos.

$$\frac{6}{40} = 0,15 \text{ que corresponde em porcentagem } 15\%.$$

Convém que o aluno resolva a questão pelo método acima, pois os cálculos são mais rápidos, mas tenha muito cuidado na hora de armar a fração.

Cálculo mental de algumas porcentagens

100% de um valor é igual o próprio valor

$$100\% \text{ de } 47 = 47$$

50% de um valor é a metade desse valor.

$$50\% \text{ de } 24 = 24 : 2 = 12$$

25% de um valor é a quarta parte desse valor ou a metade da metade desse valor

$$25\% \text{ de } 40 = 40 : 4 = 10 \text{ ou a metade de } 40 = 20, \text{ a metade de } 20 = 10$$

10% de um valor é a décima parte desse valor.

$$10\% \text{ de } 50 = 50 : 10 = 5$$

20% de um valor é a quinta parte desse valor ou o dobro de 10%.

$$20\% \text{ de } 90 = 90 : 5 = 18 \text{ ou } 10\% \text{ de } 90 = 9 \Rightarrow 9 \times 2 = 18$$

5% de um valor é a metade de 10% do valor.

5% de 80 => 10% de 80 = 8 => 8 : 2 = 4

1% de um valor é a centésima parte desse valor.

1% de 700 = 700 : 100 = 7

Podemos, em alguns casos, usar um fator de multiplicação para resolver problemas de porcentagem.

Se, por exemplo, há um **acrécimo** de 12% a um determinado valor, podemos calcular o novo valor apenas multiplicando esse valor por **1,12 (100% + 12% = 1 + 0,12)**, que é o fator de multiplicação. Se o acréscimo for de 130%, multiplicamos por **2,30 (100% + 130% = 1 + 1,3)**, e assim por diante. Verifique na tabela abaixo alguns fatores de multiplicação:

Fator de Multiplicação de acréscimo = 1 + taxa de acréscimo (na forma decimal)

Acrécimo	Fator de Multiplicação
10%	$1 + 0,10 = 1,10$
15%	$1 + 0,15 = 1,15$
20%	$1 + 0,20 = 1,20$
5%	$1 + 0,05 = 1,05$
125%	$1 + 1,25 = 2,25$
2,3%	$1 + 0,023 = 1,023$

Exemplos:

a) Um aumento de 10% sobre um salário de R\$800,00, o novo salário passa ser:

Se houve um aumento de 10%, o novo salário será 110% (100% + 10%) do anterior

$1,10 \cdot 800 = \text{R\$ } 880,00$

No caso de haver um **decréscimo ou desconto**, o fator de multiplicação será:

Fator de Multiplicação de decréscimo = 1 - taxa de desconto (na forma decimal)

Veja a tabela abaixo:

Desconto	Fator de Multiplicação
10%	$1 - 0,10 = 0,90$
15%	$1 - 0,15 = 0,85$
42%	$1 - 0,42 = 0,58$
7%	$1 - 0,07 = 0,93$
4,5%	$1 - 0,045 = 0,955$

b) Um remédio custava R\$ 32,00. Na compra, tive um desconto de 15%. Quanto paguei pelo remédio?

Se houve um desconto de 15%, o novo preço do remédio será 85% (100% - 15%) do anterior

$$0,85 \cdot 32 = \text{R\$ } 27,20$$

Veja outros exemplos:

a) Uma mercadoria que custava R\$ 50,00 sofreu um aumento e passou a custar R\$ 60,00. Qual o percentual de aumento?

Determinamos o percentual de R\$ 60,00 em relação a R\$50,00.

$$\frac{60}{50} = 1,2 \text{ que equivale em porcentagem } 120\%.$$

R\$ 60,00 equivale 120% de R\$50,00, Logo o aumento foi de 20% (120% - 100%).

Poderia ser também calculado assim:

Se custava R\$ 50,00 e passou a custar R\$ 60,00, então sofreu um aumento de R\$ 10,00.

$$\frac{10}{50} = 0,2 \text{ , que equivale em porcentagem } 20\%.$$

Portanto, o percentual de aumento foi de 20%.

b) Uma mercadoria que custava R\$ 40,00, sofreu um desconto e passou a custar R\$ 38,00. Qual o percentual de desconto?

Determinamos o percentual de R\$ 38,00 em relação a R\$40,00.

$$\frac{38}{40} = 0,95 \text{ , que equivale em porcentagem } 95\%.$$

R\$ 38,00 corresponde 95% de R\$40,00, Logo o desconto foi de 5% (100% - 95%).

Outro modo:

Se custava R\$ 40,00 e passou a custar R\$ 38,00, então sofreu um desconto de R\$ 2,00.

$$\frac{2}{40} = 0,05 \text{ , que equivale em porcentagem } 5\%.$$

Portanto, o percentual de desconto foi de 5%.

Podemos também, em alguns casos, usar regra de três.

Exemplos:

a) Meu salário é R\$ 2500,00 e tive um aumento de 8%. Quantos reais tive de aumento?

100% corresponde R\$ 2500,00

8 % corresponde x

%	salário
100	2500
8	X

Nesse caso, as grandezas são diretamente proporcionais.

Armando a proporção e resolvendo a equação temos:

$$\frac{100}{8} = \frac{2500}{x}$$

$$100 \cdot x = 2500 \cdot 8 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{2500 \cdot 8}{100} \quad \Rightarrow \quad x = 25 \cdot 8 \quad \Rightarrow \quad x = 200.$$

Portanto, tive R\$ 200,00 de aumento.

b) Um aumento de 5% sobre um salário de R\$600,00, o novo salário passa ser:

Se houve um aumento de 5%, o novo salário será 105% (100% + 5%) do anterior.

100% corresponde R\$ 600,00

105% corresponderá x

%	salário
100	600
105	X

Armando a proporção e resolvendo a equação temos:

$$\frac{100}{105} = \frac{600}{x}$$

$$100 \cdot x = 105 \cdot 600 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{105 \cdot 600}{100} \quad \Rightarrow \quad x = 105 \cdot 6 \quad \Rightarrow \quad x = 630.$$

Portanto, o novo salário será R\$ 630,00.

b) Uma camisa custava R\$ 48,00. Na compra, tive um desconto de 6%. Quanto paguei pela camisa?

Se houve um desconto de 6%, o novo preço da camisa será 94% (100% - 6%) do anterior.

100% corresponde R\$ 48,00

94% corresponderá x

%	camisa
100	48
94	X

Armando a proporção e resolvendo a equação temos:

$$\frac{100}{94} = \frac{48}{x}$$

$$100 \cdot x = 94 \cdot 48 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{94 \cdot 48}{100} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{4512}{100} \quad \Rightarrow \quad x = 45,12.$$

Portanto, paguei pela camisa R\$ 45,12.

Veja outros exemplos:

a) Uma mercadoria que custava R\$ 80,00 sofreu um aumento e passou a custar R\$ 104,00. Qual o percentual de aumento?

Se passou de R\$ 80,00 para R\$ 104,00, então sofreu um aumento de R\$ 24,00.

100% corresponde R\$ 80,00

x% corresponderá R\$24,00

%	mercadoria
100	80
x	24

Armando a proporção e resolvendo a equação temos:

$$\frac{100}{x} = \frac{80}{24}$$

$$80 \cdot x = 100 \cdot 24 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{100 \cdot 24}{80} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{10 \cdot 24}{8} \quad \Rightarrow \quad x = 30.$$

Portanto, sofreu um aumento de 30%.

Existem várias estratégias de resolução de problemas que envolvem porcentagens, você deve escolher a mais apropriada.

Exercícios:

1) Escreva como porcentagem:

- a) 0,70 b) 0,35 c) 0,09
d) 1,46 e) 0,045 f) 0,008

2) Escreva na forma de número decimal:

- a) 60% b) 7% c) 35%
d) 6,5% e) 0,5% f) 102%

3) Quanto é:

- a) 4% de 50 b) 12% de R\$ 40,00 c) 6,5% de 6000
d) 120% de 60 e) 3,5 % de R\$ 800,00.

4) 32% de um certo número é 144. Qual é o número?

5) 6 é quantos por cento de 120?

6) Em uma população de 150 ratos, temos que 12% são brancos. Qual é o número de ratos brancos desta população?

7) Meu salário é R\$ 520,00 e tive um aumento de 7%. Qual deverá ser meu novo salário?

8) Um objeto custa R\$ 240,00 a prazo; à vista tem 5% de desconto. O preço desse objeto à vista é:

9) Uma mercadoria é vendida por R\$ 800,00 a prazo. Caso seja adquirida à vista, a loja oferece um desconto de 15% sobre o valor a prazo. Qual o preço

da mercadoria na compra à vista?

10) Do meu salário R\$ 1.500,00 tive um desconto total de R\$ 240,00. Este desconto equivale a quantos por cento do meu salário?

11) Se eu comprei uma ação de um clube por R\$250,00 e a revendi por R\$300,00, qual a taxa percentual de lucro obtida?

12) Um brinquedo custava R\$ 80,00 e passou a custar R\$ 84,80. O aumento representa:

- a) 6% do preço antigo b) 8% do preço antigo
c) 7% do preço antigo d) 12% do preço antigo

13) Após um aumento de vinte por cento um livro passa a custar R\$ 24,00. O preço antes do aumento era:

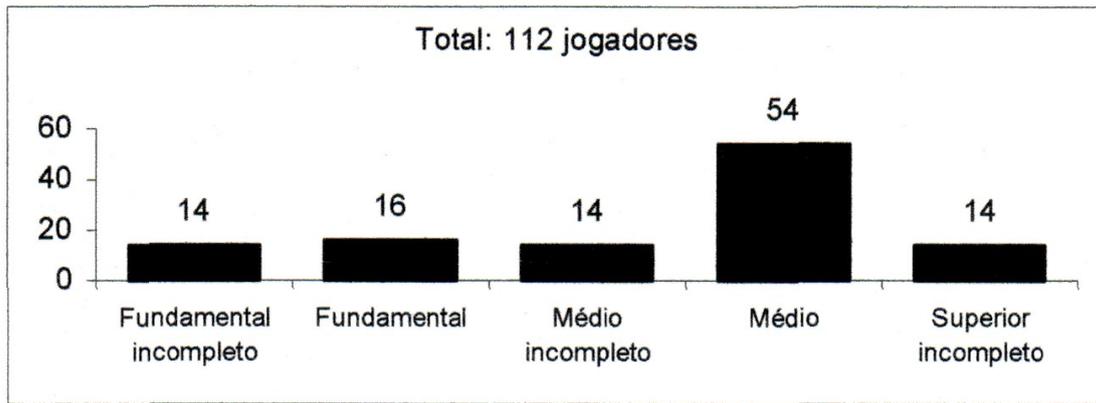
- a) R\$ 25,00 b) R\$ 14,00 c) R\$ 14,40 d) R\$20,00

14) Numa prova de 20 questões, quem errou 8 questões acertou:

- a) 10% da prova b) 60% da prova c) 80% da prova d) 85% da prova

15) (Enem-Adaptada) A escolaridade dos jogadores de futebol nos grandes centros é maior do que se imagina, como mostra a pesquisa abaixo, realizada com os jogadores profissionais dos quatro principais clubes de futebol do Rio de Janeiro.

De acordo com esses dados, o percentual dos jogadores dos quatro clubes que têm o ensino superior incompleto é de:



(A) 12,5%. (B) 48%. (C) 51.5%. (D) 60%. (E) 68%.

16) De acordo com os dados acima, o percentual dos jogadores dos quatro clubes que concluíram o Ensino Médio é de aproximadamente:

(A) 13%. (B) 48%. (C) 54%. (D) 61%. (E) 68%

Bibliografia

BARROSO, Juliane Matsubara. Conexões com a Matemática. São Paulo, Moderna, 2010.

BIANCHINI, Edwaldo; PACCOLA, Herval. Curso de Matemática. São Paulo, Moderna, s.d.

FACHINI, Walter. Matemática; volume único. São Paulo, Saraiva, 1996.

GIOVANNI, José Rui; BONJORNO, José Roberto. Matemática. São Paulo, FTD, 1992.

IEZZI, Gelson ET ALII. Matemática; volume único. São Paulo, Atual, 2007.

IEZZI, Gelson ET ALII. Matemática e Realidade. São Paulo, Saraiva, 2009.

IEZZI, Gelson ET ALII. Matemática Ciência e Aplicações. São Paulo, Saraiva, 2010.

MARCONDES, Carlos Alberto ET AL. Matemática. São Paulo, Ática, 2000.

MORI, Iracema; ONAGA, Dulce Satiko. Matemática antes e depois. São Paulo, Saraiva, 2006.

MUNOZH, Aínda, F. da Silva; IKIEZAK, Iracema Mori. Elementos de Matemática. São Paulo, Saraiva, 1990.

RIBEIRO, Jackson. Matemática Ciência, Linguagem e Tecnologia. São Paulo, SCIPIONE, 2011.

Sites:

<http://www.somatematica.com.br>

Escola 24 horas - <http://www.escola24h.com.br>

<http://www.matematica.com.br>