## GABARITO LISTA DE EXERCÍCIOS EQUAÇÕES EXPONENCIAIS

1) A Pet (Positron Emission Tomography ) é uma das melhores técnicas de tomografia para obtenção de imagens do corpo humano, permitindo melhores definições de imagem usando menos radiação do que outras técnicas. Os isótopos mais usados nos radiofármacos injetados nos pacientes submetidos ao processo PET são o carbono-11, o nitrogênio-13, o oxigênio-15, o flúor-18, cujas meias-vidas são respectivamente de 20, 10, 2, e 110 minutos. Como os isótopos usados têm meia-vida muito curta, assim que um desses isótopos é obtido, restam poucos minutos para sintetizar o radiofármaco e injetá-lo no paciente.

De acordo com a informação acima, calcule em quanto tempo uma amostra de carborno-11 se reduz a 25% do que era quando foi obtida.

**Solução:**

A função que relaciona a quantidade de carborno-11 presente em função do tempo é $M(t) = M_0 . \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{20}}$.

Segundo o enunciado, devemos ter $N(t) = 0{,}25N_0$. Então: $0{,}25N_0 = \frac{1}{4}N_0 = N_0 . \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{20}}$ --->

$$\frac{1}{4}M_0 = M_0 . \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{20}}$$

Digite a equação aqui.

$$\frac{1}{4} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{20}} \quad \longrightarrow \quad \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{20}} \quad \longrightarrow \quad 2 = \frac{t}{20} \longrightarrow t = 40\ min$$

2) Um imóvel teve o seu valor de mercado modelado pela função $V(t) = 50000 \cdot 2^{\frac{t}{2}}$, onde $V(t)$ é o valor do imóvel, em reais, *t* anos após o início da valorização. $(0 \leq t < 15)$.

Determine a variação percentual do valor do imóvel entre 4 e 6 anos.

**Resposta**

$$V(6) = 50000 \cdot 2^{\frac{6}{2}} = 50000 \cdot 2^3 = 400.000$$

A variação percentual do valor do imóvel no período considerado foi de

$$\frac{400000 - 200000}{200000} \cdot 100\% = 100\%.$$

3) Sabendo que o acidente radioativo foi 1987 e que o local do acidente so poderá ser habitado de novo quando a quantidade de césio-137 se reduzir, por desintegração, a $\frac{1}{32}$ da quantidade inicialmente presente, então o local poderá ser habitado de novo no ano de:

a) 2017 b) 2030 c)2070 d) 2110 e) 2137

**M** = $\frac{1}{32}$ . $\mathbf{M_o}$

**M =** $\frac{\mathbf{M}_O}{\mathbf{2}^n}$

**M** = $\frac{1}{32}$ . $\mathbf{M_o}$ => **M =** $\frac{\mathbf{M}_O}{\mathbf{2}^5}$ => n = 5

Então n = 5

Como **t** é o tempo necessário para que $\mathbf{M_o}$ chegue até **M** e é calculado por **t = n . p**, temos:

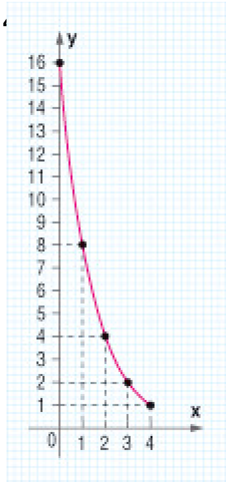
t = 5 **.** 30 = 150

Ano que poderá ser habitado:

1987 + 150 = 2137

Resposta: e

ixo representa qual função?




a) $f(x) = 4^{x+2}$

b) $f(x) = 4^{-x}$

c) $f(x) = 4^{x-2}$

d) $f(x) = 16.2^{-x}$

e) $f(x) = -4^{x+2}$

**Resposta**

O gráfico cruza o eixo y no ponto (0,16), o que elimina as opções B, C e E. A alternativa A também é eliminada, já que representa uma função crescente. A alternativa correta, portanto, é a D.

5) Num estudo biológico foi demonstrado que certa bactéria, ao se reproduzir, dobra de quantidade a cada hora. Escreva a função exponencial que representa esse processo. Se ocorrer uma contaminação com apenas três bactérias desse tipo, quantas bactérias haverá em dez horas?

**Resposta**

A cada hora, o número inicial de bactérias é multiplicado por dois.
Temos então:

| Após | Número de bactérias |
|---|---|
| 1h | $B = 3 \cdot 2 = 6$ |
| 2h | $B = 3 \cdot 2 \cdot 2 = 12$ |
| 3h | $B = 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 24$ |

Então, após um número n de horas, teremos:
$B = 3 \cdot 2^n$

Assim, após 10h, teremos:
$B = 3 \cdot 2^n = 3 \cdot 2^{10} = 3 \cdot 1024 = 3072$ bactérias

6) Existe um tempo para eliminação de remédios do organismo. Muitas vezes esse tempo é determinado pelo conceito de meia-vida. Nesse caso, a meia-vida de um remédio é o tempo que o organismo leva para eliminar metade da dose ingerida.
Se um remédio tem meia-vida de 6h, após quanto tempo pode-se esperar que o organismo esteja com menos de 12,5% da concentração inicial?

**Resposta**

Podemos calcular a concentração após determinado tempo pela equação:

$$C(t) = C_o \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{6}}$$

Substituindo na fórmula a porcentagem pedida, temos:

$$C(t) = C_o \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{6}} \Leftrightarrow 0{,}125C_o = C_o \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{6}} \Leftrightarrow 0{,}125 = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{6}} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{8}\right) =$$

$$= \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{6}} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{3} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{6}} \Leftrightarrow 3 = \frac{t}{6} \Leftrightarrow t = 18h$$

7) Certo remédio, ao ser tomado, leva 1h para atingir sua concentração máxima no sangue. A seguir, a cada duas horas, sua concentração cai a 2/3 da concentração inicial. Escreva a função exponencial que dá a concentração de remédio no sangue a partir da primeira hora após a ingestão. Após quantas horas da ingestão do remédio, a concentração no sangue cai a aproximadamente 20% da concentração máxima? (sugestão: aproxime 20%=16/81)

**Resposta**

A função que dá a concentração do remédio a partir da primeira hora após a ingestão é:

$C = C_0 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{t-1}{2}}$ Onde t é o tempo em horas após a ingestão do remédio.

Assim, usando a aproximação sugerida, calculamos o tempo para que a concentração seja: C=20%.C0=16/81.C0

$$\frac{16}{81}.C_0 = C_0 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{t-1}{2}} \Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^4 = \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{t-1}{2}} \Leftrightarrow \frac{t-1}{2} = 4 \Leftrightarrow t = 9h$$

8) (Unesp-SP) Num período de seca, a variação da quantidade de água de certo reservatório é dada pela função $q^{(t)} = q_0 \cdot 2^{(-0,1)t}$.
Sendo $q_0$ a quantidade inicial de água no reservatório e $q^{(t)}$ a quantidade de água no reservatório após $t$ meses, em quantos meses a quantidade de água no reservatório se reduzirá à metade do que era no início?

a) 5
b) 7
c) 8
d) 9
e) 10

**Resposta**

Alternativa: **E**.

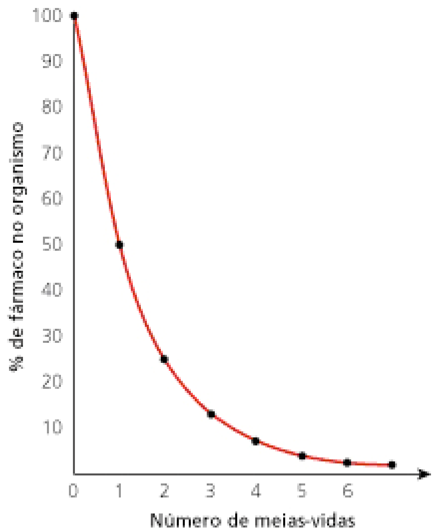
9) (UPM-SP) Um aparelho celular tem seu preço y desvalorizado exponencialmente em função do tempo (em meses) *t*, representado pela equação $y = p \cdot qt$, com *p* e *q* constantes positivas. Se, na compra, o celular custou R$ 500,00 e, após 4 meses, o seu valor 1/5 do preço pago, 8 meses após a compra, o seu valor será:

a) R$ 25,00
b) R$ 24,00
c) R$ 22,00
d) R$ 28,00
e) R$ 20,00

**Resposta**

Alternativa: **E**.

10) (Enem-MEC) A duração do efeito de alguns fármacos está relacionada a sua meia-vida, tempo necessário para que a quantidade original do fármaco no organismo se reduza à metade. A cada intervalo de tempo correspondente a uma meia-vida, a quantidade de fármaco existente no organismo no final do intervalo é igual a 50% da quantidade no início desse intervalo.




A meia-vida do antibiótico amoxicilina é de 1 hora. Assim, se uma dose desse antibiótico for injetada às 12h em um paciente, o percentual dessa dose que restará em seu organismo às 13:30 min será aproximadamente de:

a) 10%
b) 15%
c) 25%
d) 35%
e) 50%

**Resposta**

Alternativa: **D**.

11) (FGV-SP) A curva de Gompertz é o gráfico de uma função expressa por $N = C \cdot A^{k^t}$, em que *A*, *C* e *k* são constantes. É usada para descrever fenômenos como a evolução do aprendizado e o crescimento do número de empregados de muitos tipos de organizações. Suponha que, com base em dados obtidos em empresas de mesmo porte, o Diretor de Recursos Humanos da Companhia Nacional de Motores (CNM), depois de um estudo estatístico, tenha chegado à conclusão de que, após t anos, a empresa terá $N(t) = 10\,000 \cdot (0{,}01)^{0{,}5^t}$ funcionários ($t \geq 0$).

Depois de quanto tempo a CNM empregará 1 000 funcionários?

a) 6 meses
b) 1 ano
c) 3 anos
d) 1 ano e 6 meses
e) 2 anos e 6 meses

**Resposta**

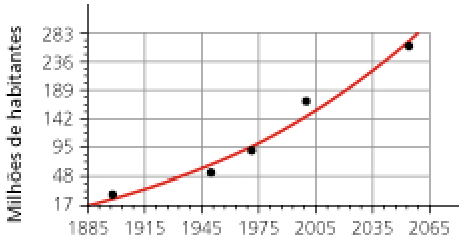
Alternativa: **B**.

12) (UEL-PR) A população do Brasil, em 1900, era de 17 438 434. Em cinquenta anos a população passou a ser 51 944 397. Em 1970, quando o Brasil ganhou o tricampeonato, e toda a torcida brasileira cantava “90 milhões em ação”, isto correspondia a 93 139 037 habitantes. Em 2000, a população já contava com 169 590 693 pessoas.

A previsão para 2050 é que a população será de 259 800 000 brasileiros.

Fonte: <www.ibge.gov.br/ibgeteen/pesquisas/ demograficas.html>. Acessada em: 20 ago. 2006.

No gráfico seguinte, são apresentados os pontos que representam a população em cada um destes anos e esses pontos são aproximados por uma função.




Com base na figura, considere as afirmações sobre a função que aproxima esses pontos.
I. A função pode ser a exponencial: $y = ae^{bx}$, com $a > 0$ e $b > 0$.
II. A função pode ser a polinomial de grau 3: $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$, com $a > 0$.
III. A função pode ser a polinomial de grau 2: $y = ax^2 + bx + c$, com $a < 0$.
IV. A função pode ser a logarítmica: $y = a\log(bx)$, com $a < 0$ e $b > 0$.

Estão corretas apenas as afirmativas:

a) I e III.
b) II e IV.
c) I e II.
d) III e IV.
e) I e IV.

**Resposta**

Alternativa: **C**.

**13)** (Unirio-RJ) O quadro maior 4 x 4 abaixo representa um MiniSudoku, que é um jogo de raciocínio e lógica . O objetivo é completar todos os espaços utilizando números naturais de 1 a 4. Não pode haver números repetidos nas linhas horizontais e verticais, assim como os números não podem se repetir nos 4 quadrados 2 x 2.

Sabendo que *x* e *y* são os valores obtidos nos espaços marcados da figura quando se completa o MiniSodoku, segundo as regras estabelecidas, determine o valor de $2^{x+y}$.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 | | | 4 |
| | | 2 | |
| | 3 | $x$ | |
| | | | $y$ |

a) 8
b) 16
c) 32
d) 64
e) 128

**Resposta**

Alternativa: **B**.

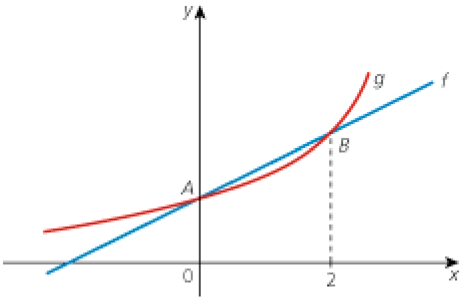
**1**4) (FGV-SP) Se um automóvel custa hoje R$ 45 000,00 e a cada ano sofre uma desvalorização de 4%, o seu valor, em reais, daqui a dez anos, pode ser estimado em:

a) $45 \cdot 10^3 \cdot (1,04)^{10}$
b) $45 \cdot 10^3 \cdot (1,04)^{-10}$
c) $45 \cdot 10^3 \cdot (0,96)^{-10}$
d) $45 \cdot 10^3 \cdot (0,96)^{10}$
e) $45 \cdot 10^{-7}$

**Resposta**

Alternativa: **D**.

15) (Fatec-SP) Na figura abaixo, os pontos *A* e *B* são as interseções dos gráficos das funções *f* e *g*.




Se $g(x) = \sqrt{2}^{x}$ , então *f*(10) é igual a:

a) 3
b) 4
c) 6
d) 7
e) 9

**Resposta**

Alternativa: **C.**

16) Resolva a equação exponencial:

$4^x - 2^x = -4^{-1}$

**Resposta**

Vemos que todos os termos podem ser escritos como potências de 2:

$$4^x - 2^x = -4^{-1} \Leftrightarrow \left(2^2\right)^x - 2^x = -\left(2^2\right)^{-1} \Leftrightarrow \left(2^2\right)^x - 2^x + \left(2^2\right)^{-1} = 0 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \left(2^x\right)^2 - 2^x + 2^{-2} = 0$$

Fazendo a substituição $2^x=y$, temos:

$$y^2 - y + \frac{1}{4} = 0 \Leftrightarrow \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = 0 \Leftrightarrow y - \frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow y = \frac{1}{2} \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow 2^x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = -1$$

17) A soma das raízes da equação $3^{2x} - 10 \cdot 3^x = -9$ é:

a) 1
b) 2
c) 3
d) 4
e) 5

**Resposta**

Alternativa: **B**.

Tomando $3^x = y,$ segue que:

$$y^2 - 10y + 9 = 0 \Rightarrow \begin{cases} y_1 + y_2 = 10 \\ y_1 \cdot y_2 = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y_1 = 1 \\ y_2 = 9 \end{cases}$$

Logo,

$3^x = 1 \Rightarrow 3^x = 3^0 \Rightarrow x_1 = 0$ e
$3^x = 9 \Rightarrow 3^x = 3^2 \Rightarrow x_2 = 2.$

Portanto,

$$x_1 + x_2 = 0 + 2 = 2.$$

18) (Fuvest-SP) Seja $f(x) = 2^{2x} + 1$. Se $a$ e $b$ são tais que $f(a) - 4f(b)$, pode-se afirmar que:

a) $a + b - 2$
b) $a + b - 1$
c) $a - b - 3$
d) $a - b - 2$
e) $a - b - 1$

**Resposta**

Alternativa: **E**.

19) Resolva a equação exponencial a seguir.

$3^{2x} - 10 \cdot 3^x + 9 = 0$

**Resposta**

Fazendo a substituição $3^x = y$, temos:

$3^{2x-} - 10 \cdot 3^x + 9 = 0 \Leftrightarrow (3^x)^2 - 10 \cdot 3^x + 9 = 0 \Leftrightarrow (y)^2 - 10 \cdot y + 9 = 0$

Resolvendo a equação do segundo grau em y, temos:

$\Delta = (-10)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9 = 100 - 36 = 64$

$$y = \frac{-(-10) \pm \sqrt{64}}{2 \cdot 1} = \frac{10 \pm 8}{2} \Leftrightarrow y = 9 \quad ou \quad y = 1$$

Voltando a substituir y por $3^x$, temos:

$y = 9 \quad ou \quad y = 1 \Leftrightarrow 3^x = 9 \quad ou \quad 3^x = 1 \Leftrightarrow x = 2 \quad ou \quad x = 0$

20) (ESPM-SP) O algarismo das unidades de $7^{19} - 4^{18}$ é:

a) 3
b) 4
c) 5
d) 6
e) 7

**Resposta**

Alternativa: **E**.

21) (ESPM-SP) Entre as alternativas abaixo, assinale a de maior valor:

a) $81^8$
b) $16^7$
c) $3^{31}$
d) $243^6$
e) $8^{10}$

**Resposta**

Alternativa: **A**.

22) Determine se as funções abaixo são exponenciais:

a)$5^x$

b)$x^3$

c)$\sqrt{3^x}$

d)$\frac{1}{x^2}$

e)$2^{-x}$

**Resposta**

a) É exponencial.
b) Não é exponencial, é polinomial.
c) É exponencial, pois:
d) Não é exponencial, pois a variável está na base e não no expoente. $\frac{1}{x^2} = x^{-2}$

e) É exponencial

23) Resolva as seguintes equações exponenciais:

a) $2^{2x} = 0{,}125$

b) $10^{2x-2} = 0{,}000001$

c) $5^{1-x} = 0{,}2$

**Resposta**

a) $2^{2x} = 0{,}125 \Leftrightarrow 2^{2x} = \frac{1}{8} \Leftrightarrow 2^{2x} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 \Leftrightarrow 2^{2x} = (2)^{-3} \Leftrightarrow 2x$
$= -3 \Leftrightarrow x = -\frac{3}{2}$

b) $10^{2x-2} = 0{,}000001 \Leftrightarrow 10^{2x-2} = 10^{-6} \Leftrightarrow 2x - 2 = -6 \Leftrightarrow 2x$
$= -4 \Leftrightarrow x = -2$

c) $5^{1-x} = 0{,}2 \Leftrightarrow 5^{1-x} = \frac{1}{5} \Leftrightarrow 5^{1-x} = 5^{-1} \Leftrightarrow 1 - x = -1 \Leftrightarrow x = 2$

24) (FGV-SP) Os números inteiros *x* e *y* satisfazem a equação

$2^{x+3} + 2^{x+1} = 5^{y+3} + 3 \cdot 5^{y}$. Então $x - y$ é:

a) 8
b) 5
c) 9
d) 6
e) 7

**Resposta**

Alternativa: **B**.

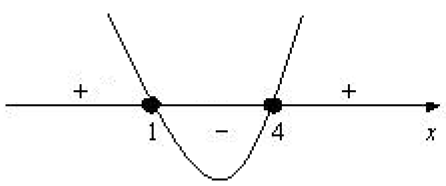
25) O conjunto solução da inequação $(0,6)^{x^2-5x+4} \geq 1$ é o intervalo:

a) $[0, 4]$
b) $[1, 4[$
c) $[1, 4]$
d) $[2, 5]$
e) $[2, 6]$

**Resposta**

Alternativa: **C**

As raízes da função $f(x) = x^2 - 5x + 4$ são $x_1 = 1$ e $x_2 = 4.$




Para que a inequação seja verdadeira f(x) deve ser negativo (f(x) < 0), então $1 \leq x \leq 4.$ ou seja [ 1,4].

26) (FGV-RJ) Se $16^x = 128$, o valor de $x$ é:

a) $\frac{7}{4}$

b) $\frac{8}{3}$

c) $\frac{7}{5}$

d) $\frac{5}{2}$

e) $\frac{5}{3}$

**Resposta**

Alternativa: **A**.

27) (PUC-SP) Se $a$, $b$ e $c$ são números inteiros tais que
$c^a = b^{2a}$ , $3 = 3^c \cdot 9^a$ e $a + b + c = 16$, então é verdade que:

a) $a < b < c$
b) $a < c < b$
c) $b < a < c$
d) $b < c < a$
e) $c < a < b$

**Resposta**

Alternativa: **C**.

28) Resolva a equação exponencial $4^{x+1} - 3 \cdot 4^x = 16$.

**Resposta**

$$4^{x+1} - 3 \cdot 4^x = 16 \Leftrightarrow 4^x \cdot 4^1 - 3 \cdot 4^x = 16 \Leftrightarrow 4 \cdot 4^x - 3 \cdot 4^x =$$
$$= 16 \Leftrightarrow (4-3) \cdot 4^x = 16 \Leftrightarrow 4^x = 16 \Leftrightarrow 4^x = 4^2 \Leftrightarrow x = 2$$

29) Resolva as inequações exponenciais:

a) $3^x > 27$

b) $\left(\frac{1}{5}\right)^x \leq \frac{1}{25}$

**Resposta**

a) $3^x > 27 \Leftrightarrow 3^x > 3^3 \Leftrightarrow x > 3$

b) $\left(\frac{1}{5}\right)^x \leq \frac{1}{25} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{5}\right)^x \leq \left(\frac{1}{5}\right)^2 \Leftrightarrow x \geq 2$

30) Dada a função $f(x) = 3 \cdot 2^x$, calcule:
a) f(0)
b) f(1)
c) f(2)
d) f(–1)
e) f(–2)
f) f(1/2)

**Resposta**

a) $f(0) = 3 \cdot 2^0 = 3 \cdot 1 = 3$
b) $f(1) = 3 \cdot 2^1 = 3 \cdot 2 = 6$
c) $f(2) = 3 \cdot 2^2 = 3 \cdot 4 = 12$
d) $f(-1) = 3 \cdot 2^{-1} = 3(1/2) = 1,5$
e) $f(-2) = 3 \cdot 2^{-2} = 3(1/4) = 0,75$
f) $f(1/2) = 3 \cdot 2^{1/2} = 3\sqrt{2}$

31)
(PUC-PR) A solução ($x > 0$) de $\sqrt[x]{(1000)^5} = 900(10^{x-1} + 10^{x-2} + ...)$ está compreendida no intervalo:

a) $2 \leq x \leq 4$
b) $0 \leq x \leq 1$
c) $x > 15$
d) $5 \leq x \leq 8$
e) $9 \leq x \leq 15$

**Resposta**

Alternativa: **A**.

**32)** Complete a tabela a seguir, preenchendo os valores das funções exponenciais de acordo com o valor de x dado na primeira coluna:

| x | $f(x)=2^x$ | $g(x)=4^x$ | $h(x)=(1/2)^x$ | $i(x)=(1/4)^x$ |
|---|---|---|---|---|
| -2 | | | | |
| -1 | | | | |
| 0 | | | | |
| 1 | | | | |
| 2 | | | | |

**Resposta**

| x | $f(x)=2^x$ | $g(x)=4^x$ | $h(x)=(1/2)^x$ | $i(x)=(1/4)^x$ |
|---|---|---|---|---|
| -2 | 1/4 | 1/16 | 4 | 16 |
| -1 | 1/2 | 1/4 | 2 | 4 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 2 | 4 | 1/2 | ¼ |
| 2 | 4 | 16 | 1/4 | 1/16 |

33) Preencha as tabelas e faça os gráficos das três funções exponenciais dadas no mesmo eixo cartesiano.

a)

| x | $f(x)=2^x$ |
|---|---|
| -2 | |
| -1 | |
| 0 | |
| 1 | |
| 2 | |

b)

| x | $g(x)=3^x$ |
|---|---|
| -2 | |
| -1 | |
| 0 | |
| 1 | |
| 2 | |

c)

| x | $h(x)=(1/2)^x$ |
|---|---|
| -2 | |
| -1 | |
| 0 | |
| 1 | |
| 2 | |

**Resposta**

a) tracejado

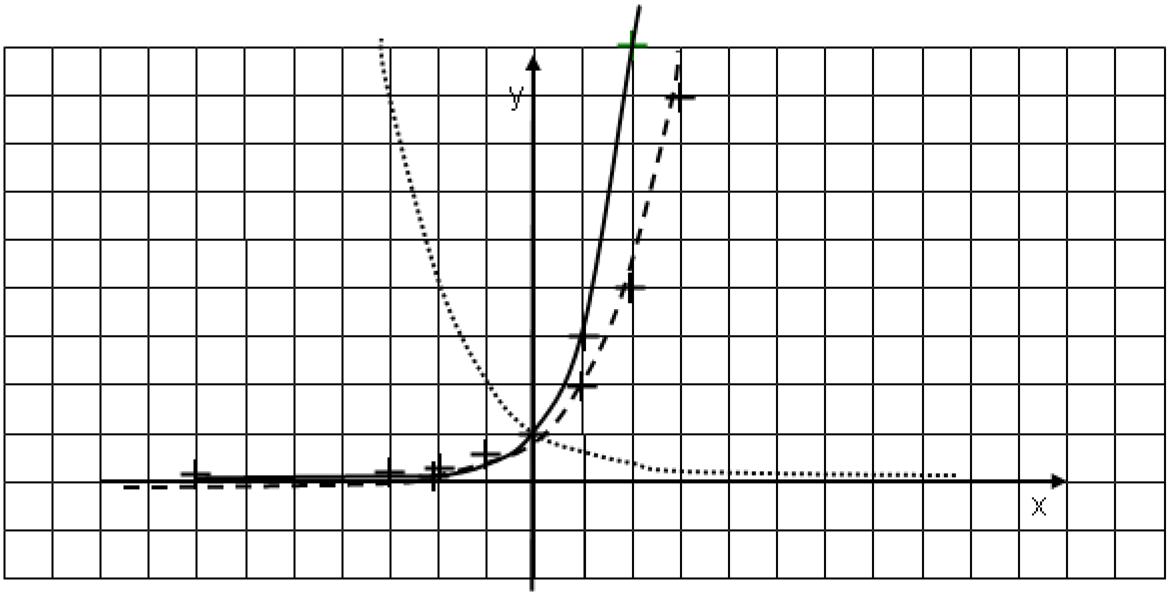
| x | $f(x)=2^x$ |
|---|---|
| -2 | ¼ |
| -1 | ½ |
| 0 | 1 |
| 1 | 2 |
| 2 | 4 |

b) linha cheia

| x | $g(x)=3^x$ |
|---|---|
| -2 | 1/9 |
| -1 | 1/3 |
| 0 | 1 |
| 1 | 3 |
| 2 | 9 |

c) pontilhado

| x | $h(x)=(1/2)^x$ |
|---|---|
| -2 | 4 |
| -1 | 2 |
| 0 | 1 |
| 1 | ½ |
| 2 | ¼ |



**Fontes:**

DANTE, Luiz Roberto. Matemática Contexto e Aplicações. São Paulo, Ática, 2014

Editora Scipione - www.scipione.com.br

SER - Formação Inteligente

Abril Educação