

## Lista de Exercícios de Sequência, PA e PG

1) (UPM-SP) Observe a disposição, abaixo, da sequência dos números naturais ímpares.

1.<sup>a</sup> linha - 1

2.<sup>a</sup> linha - 3, 5

3.<sup>a</sup> linha - 7, 9, 11

4.<sup>a</sup> linha - 13, 15, 17, 19

5.<sup>a</sup> linha - 21, 23, 25, 27, 29

O quarto termo da vigésima linha é:

a) 395

b) 371

c) 387

d) 401

e) 399

### Resposta

Alternativa: **C**.

2) Calcule x e y, sabendo que (1, x, y) é uma PG de razão positiva e (x, y, 6) é uma PA.

### Resposta

$$\frac{x+6}{2} = y \quad 2y = x+6$$

$$\sqrt{1 \cdot y} = x \quad y = x^2$$

⇔

$$2x^2 = x+6$$

$$y = x^2$$

⇔

$$2x^2 - x - 6 = 0$$

$$y = x^2$$

⇔

$$x=2 \text{ e } y=4 \text{ ou}$$

$$x=-3/2 \text{ e } y=9/4 \text{ (não serve, pois foi dado que a razão da PG é positiva)}$$

3) (Fatec-SP) Sendo  $n$  o oitavo elemento da sequência (1, 2, 6, 24, 120, ...), é correto afirmar que:

- a)  $0 < n < 12\ 000$
- b)  $12\ 000 < n < 24\ 000$
- c)  $24\ 000 < n < 36\ 000$
- d)  $36\ 000 < n < 48\ 000$
- e)  $48\ 000 < n < 60\ 000$

### Resposta

Alternativa: **D**.

4) (FGV-SP) A sequência definida abaixo por recorrência:

$$\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_2 = 1 \\ a_n = a_{n-1} + a_{n-2} \text{ para } n \geq 3 \end{cases}$$

é chamada Sequência de Fibonacci. A média aritmética dos 5 primeiros termos desta sequência vale:

- a) 2,1
- b) 2,2
- c) 2,3
- d) 2,4
- e) 2,5

### Resposta

Alternativa: **D**.

5) Um capital  $C_0$  é investido a 10% ao ano de juros compostos.

a) Qual é o valor obtido após 5 anos?

b) Usando o conceito de PG, escreva o termo geral que fornece o montante obtido de um capital inicial de R\$ 1000,00 a cada um dos primeiros 10 anos (considere  $a_1$  como o capital inicial).

c) Escreva o termo geral dessa PG.

## Resposta

a)  $C=C_0 \cdot (1,1)^5$

b) PG (R\$1000,00; R\$ 1100,00; R\$ 1210,00; R\$ 1331,00; R\$ 1464,10; R\$ 1610,51; R\$1771,56; R\$1948,72; R\$ 2143,59; R\$ 2357,95)

c) Termo Geral:  $C= C_0 \cdot (1,1)^{n-1}$  onde n é a razão da PG e  $C_0$  é o primeiro termo.

**6 )** (UFpel-RS) Os brasileiros estão cada vez mais comprando um computador pessoal, e o objetivo maior dessa compra é a conexão à internet. O acesso à rede mundial de computadores é, hoje, um recurso básico de qualquer equipamento.

Os valores que expressam o número de brasileiros conectados em janeiro de 2005, setembro de 2005 e maio de 2006, estão em progressão aritmética de razão 1,3 milhão e totalizam 35,7 milhões.

*Adaptado de Veja, jul. 2006.*

Com base no texto e em seus conhecimentos, é correto afirmar que, se os usuários da internet aumentassem na mesma progressão, o número de brasileiros conectados em setembro de 2007 seria de:

- a) 15,8 milhões
- b) 11,9 milhões
- c) 14,5 milhões
- d) 19,7 milhões
- e) 17,1 milhões

## Resposta

Alternativa: **A.**

**7 )** (UFC-CE) O conjunto formado pelos números naturais cuja divisão por 5 deixa resto 2 forma uma progressão aritmética de razão igual a:

- a) 2
- b) 3
- c) 4
- d) 5
- e) 6

## Resposta

Alternativa: **D.**

8 ) (PUC-MG) De 2005 a 2014, a população de certa cidade aumentou anualmente em progressão aritmética. Em 2014, constatou-se que o número de habitantes dessa cidade era 5% maior do que no ano anterior. Com base nessas informações, pode-se concluir que, de 2005 a 2014, a população dessa cidade aumentou em:

- a) 45%
- b) 60%
- c) 75%
- d) 90%

**Resposta**

Alternativa: **C**.

9 ) (FGV-SP) Na equação  $1 + \frac{1}{1+x^2} + \frac{1}{(1+x^2)^2} + \dots - 2$ , o 1.º membro é a

soma dos termos de uma progressão geométrica infinita. A soma das raízes da equação é:

- a) 0
- b) 1
- c) 2
- d) 3
- e) 4

**Resposta**

Alternativa: **A**.

10 ) (Fuvest-SP) A sequência  $a_n$  é uma PA estritamente crescente, de termos positivos. Então, a sequência  $b_n = 3a_n$ ,  $n \geq 1$  é uma:

- a) PG crescente.
- b) PA crescente.
- c) PG decrescente.
- d) PA decrescente.
- e) sequência que não é uma PA e não é uma PG.

**Resposta**

Alternativa: **A**.

11 ) Escreva os primeiros cinco termos da sequência descrita pela seguinte lei:

$$a_n = 2 \cdot a_{n-1} - n$$

$$a_1 = 10$$

## Resposta

$$a_2 = 2 \cdot a_1 - 2 = 2 \cdot 10 - 2 = 18$$

$$a_3 = 2 \cdot a_2 - 3 = 2 \cdot 18 - 3 = 33$$

$$a_4 = 2 \cdot a_3 - 4 = 2 \cdot 33 - 4 = 62$$

$$a_5 = 2 \cdot a_4 - 5 = 2 \cdot 62 - 5 = 119$$

**12 )** (ESPM-SP) De 1995 a 2004, a população de uma cidade vem aumentando anualmente em progressão aritmética. Em 2004 constatou-se que o número de habitantes era 8% maior que no ano anterior. Pode-se concluir que, de 1995 a 2004, a população dessa cidade aumentou em:

- a) 80%
- b) 100%
- c) 160%
- d) 180%
- e) 200%

## Resposta

Alternativa: **E**.

**13 )** (PUC-MG) Depois de percorrer um comprimento de arco de 12 m, uma criança deixa de empurrar o balanço em que está brincando. Se o atrito diminui a velocidade do balanço de modo que o comprimento de arco percorrido seja sempre igual a 80% do anterior, a distância total percorrida pela criança, em metros, até que o balanço pare completamente, é dada pela expressão  $D = 12 + 0,80 \times 12 + 0,80 \times (0,80 \times 12) + \dots$ . Observando-se que o segundo membro dessa igualdade é a soma dos termos de uma progressão geométrica, pode-se estimar que o valor de  $D$ , em metros, é igual a:

- a) 24
- b) 36
- c) 48
- d) 60

## Resposta

Alternativa: **D**.

**14 )** Sabendo que o primeiro termo de uma PG é positivo, o quarto termo é 192 e o segundo termo é 12, calcule o primeiro e o sétimo termo.

## Resposta

Aplicando a regra geral dos termos de uma PG, temos:

$$a_4 = a_1 \cdot q^3 = 192$$

$$a_2 = a_1 \cdot q = 12$$

Substituindo a segunda equação na primeira, temos:

$$a_4 = a_1 \cdot q^3 = a_1 \cdot q \cdot q^2 = 12 \cdot q^2 = 192$$

$$6q^2 = 48, q^2 = 192/12, q^2 = 16, q=4 \text{ ou } q=-4$$

$$\text{Para } q = 4, \text{ temos: } a_1 \cdot q = 12, a_1=3$$

$$\text{Para } q = -4, \text{ temos: } a_1 \cdot q = 12, a_1=-3 \text{ (não vale, pois o primeiro termo deve ser positivo)}$$

Para calcular o sétimo termo, temos:

$$a_7 = a_1 \cdot q^6 = 3 \cdot 4^6 = 12288$$

**15 )** (Unifesp-SP) Se os primeiros quatro termos de uma progressão aritmética são  $a, b, 5a, d$ , então o quociente  $d/b$  é igual a:

- a)  $1/4$
- b)  $1/3$
- c) 2
- d)  $7/3$
- e) 5

### Resposta

Alternativa: **D**.

**16 )** (Unesp-SP) Em 05 de junho de 2004, foi inaugurada uma pizzaria que só abre aos sábados. No dia da inauguração, a pizzaria recebeu 40 fregueses. A partir daí, o número de fregueses que passaram a frequentar a pizzaria cresceu em progressão aritmética de razão 6, até que atingiu a cota máxima de 136 pessoas, a qual tem se mantido. O número de sábados que se passaram, excluindo-se o sábado de inauguração, para que a cota máxima de fregueses fosse atingida pela primeira vez, foi:

- a) 15
- b) 16
- c) 17
- d) 18
- e) 26

### Resposta

Alternativa: **B**.

**17 )** O Supermercado COMABEM lançou uma campanha publicitária na qual afirma que o vencedor receberá um bônus de R\$ 300,00 mensais em compras, e que esse bônus aumentará em R\$ 50,00 a cada mês. Se o sortido cliente receber esse bônus durante 5 anos, qual será o total recebido?

### Resposta

Os prêmios recebidos mensalmente constituem uma PA de primeiro termo  $a_1=300$  e razão  $r = 50$ . Como a promoção tem a duração de 5 anos, o cliente receberá  $5 \cdot 12 = 60$  bônus.

O valor do último prêmio é dado por  $a_{60} = 300 + 59 \cdot 50 = 3250$

Portanto, o total recebido será de  $\frac{(300 + 3250)}{2} \cdot 60 = \text{R\$ } 106.500,00$ .

**18 )** (UEL-PR) Para testar o efeito da ingestão de uma fruta rica em determinada vitamina, foram dados pedaços desta fruta a macacos. As doses da fruta são arranjadas em uma sequência geométrica, sendo 2 g e 5 g as duas primeiras doses. Qual a alternativa correta para continuar essa sequência?

- a) 7,5 g; 10,0 g; 12,5 g...
- b) 125 g; 312 g; 619 g...
- c) 8 g; 11 g; 14 g...
- d) 6,5 g; 8,0 g; 9,5 g...
- e) 12,500 g; 31,250 g; 78,125 g...

### Resposta

Alternativa: **E**.

**19 )** (Fuvest-SP) Em uma progressão aritmética  $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$  a soma dos  $n$  primeiros termos é dada por  $S_n = bn^2 + n$ , sendo  $b$  um número real. Sabendo-se que  $a_3 = 7$ , determine:

- a) o valor de  $b$  e a razão da progressão aritmética;
- b) o 20.º termo da progressão;
- c) a soma dos 20 primeiros termos da progressão.

### Resposta

a)  $b = \frac{6}{5}$  e  $r = \frac{12}{5}$ ;

b)  $a_{20} = \frac{239}{5}$ ;

c)  $S_{20} = 500$

**20 )** (UFRN-RN) A fim de comemorar o Dia da criança, uma escola promoveu uma brincadeira, visando premiar algumas delas. Para isso, reuniu 100 crianças, formando uma grande roda. Todas foram numeradas sucessivamente, de 1 até 100, no sentido horário. A professora de Matemática chamava cada uma pelo número correspondente – na sequência 1, 16, 31, 46, e assim por diante – e lhe dava um chocolate. A brincadeira encerrou-se quando uma das crianças, já premiada, foi chamada novamente para receber seu segundo chocolate. O número de chocolates distribuídos durante a brincadeira foi:

- a) 25
- b) 16
- c) 21
- d) 19

## Resposta

Alternativa: **C**.

**21 )** (Unifesp-SP) A sequência de números naturais  $(a_1, 4, a_3, a_4, a_5, 3, a_7, a_8, \dots)$ , onde  $a_2 = 4$  e  $a_6 = 3$ , tem a propriedade de que a soma de três termos consecutivos quaisquer é sempre igual a 13. O mmc  $(a_{102}, a_{214})$  é:

- a) 3
- b) 4
- c) 6
- d) 12
- e) 36

## Resposta

Alternativa: **C**.

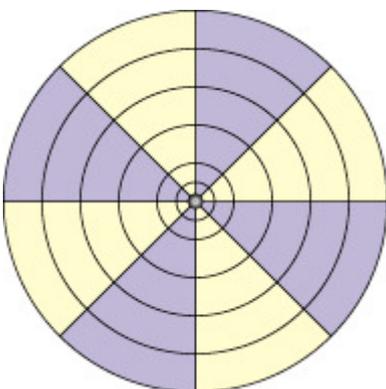
**22 )** Uma empresa deve instalar telefones de emergência a cada 42 quilômetros, ao longo da rodovia de 2 184 km, que liga Maceió ao Rio de Janeiro. Considere que o primeiro desses telefones é instalado no quilômetro 42, e o último, no quilômetro 2 142. Assim, a quantidade de telefones instalados é igual a:

- a) 50
- b) 51
- c) 52
- d) 53

## Resposta

Alternativa: **B**.

**23 )** (UFMS-RS) A construção da cobertura de um palanque usado na campanha política, para o 1.º turno das eleições passadas, foi realizada conforme a figura.



Para fixação da lona sobre a estrutura de anéis, foram usados rebites assim dispostos: 4 no primeiro anel, 16 no segundo anel, 64 no terceiro e assim sucessivamente. Portanto,

se a estrutura era composta de 5 anéis, o número mínimo de caixas, com 100 rebites em cada uma, utilizadas na obra foi de:

- a) 10
- b) 12
- c) 14
- d) 16
- e) 18

### Resposta

Alternativa: **C**.

**24 )** (Cefet-SP) Considerando que a sequência numérica  $(-95, -79, -63, \dots, x)$  tem soma dos termos igual a 2 425,  $x$  é igual a:

- a) 113
- b) 225
- c) 289
- d) 321
- e) 385

### Resposta

Alternativa: **C**.

**25 )** Calcule a soma dos elementos da PG infinita  $(1, 1/2, 1/4, \dots)$ .

Depois, usando calculadora, calcule e some os 8 primeiros termos da PG. Verifique então que seu resultado empírico se aproxima do teórico com erro menor que 0,01.

### Resposta

Usando a fórmula de soma dos termos de uma PG infinita (convergente), temos:

$$S_n = \frac{a_1}{1-q} = \frac{1}{1-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$$

Usando a calculadora, temos:

$$S_{12} = 1 + 0,5 + 0,25 + 0,125 + 0,0625 + 0,03125 + 0,015625 + \\ + 0,0078125 = 1,992188$$

$$\text{Diferença entre teórico e empírico: } 2 - 1,992188 = 0,0078125 < 0,01$$

26)  $\text{tg}\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{12} + \dots\right)$  é igual a:

a)  $\sqrt{3}$

b)  $-\sqrt{3}$

c)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$

d)  $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

e)  $2\frac{\sqrt{3}}{3}$

### Resposta

Alternativa: **B**.

27 ) Num quadrado de 1m de lado, tomamos o ponto médio de cada lado e traçamos outro quadrado, inscrito no primeiro. Repetindo esse processo indefinidamente, qual será a soma das áreas de todos os quadrados obtidos?

### Resposta

$a_1$  = área do primeiro quadrado =  $1\text{m}^2$

O lado do segundo quadrado é a hipotenusa de um triângulo retângulo:

$$l^2 = (0,5)^2 + (0,5)^2 = l^2 = 0,25 + 0,25 = 0,5$$

$a_2$  = área do segundo quadrado =  $l^2 = 0,5\text{m}^2$

As áreas sucessivas formam uma PG de razão  $\frac{1}{2}$ . Portanto, a soma de todas as áreas obtidas é:

$$S_n = \frac{a_1}{1-q} = \frac{1}{1-0,5} = 2\text{m}^2$$

28 ) (Fuvest-SP) Um número racional  $r$  tem representação decimal da forma  $r = a_1, a_2, a_3$  onde  $1 \leq a_1 \leq 9, 0 \leq a_2 \leq 9, 0 \leq a_3 \leq 9$ .

Supondo-se que:

- a parte inteira de  $r$  é o quádruplo de  $a_3$ ;
- $a_1, a_2, a_3$  estão em progressão aritmética;
- $a_2$  é divisível por 3, então  $a_3$  vale:

- a) 1
- b) 3
- c) 4
- d) 6
- e) 9

**Resposta**

Alternativa: **E**.

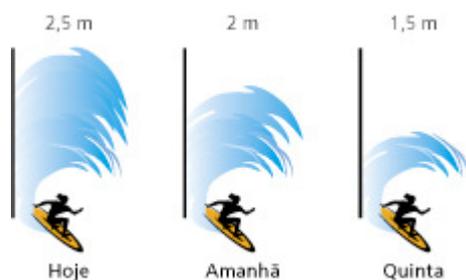
**29 )** (ESPM-SP) Se aumentarmos 1 unidade a cada um dos termos de uma PA de razão 5, o primeiro, o segundo e o quarto termos dessa nova sequência formam uma PG. Pode-se afirmar que a soma dos 10 primeiros termos daquela PA vale:

- a) 235
- b) 245
- c) 255
- d) 265
- e) 275

**Resposta**

Alternativa: **D**.

**30 )** (Unirio-RJ) A figura abaixo foi publicada em jornal de grande circulação, terça-feira, 25 de setembro. Trata da previsão da altura das ondas no Rio de Janeiro para os três próximos dias, que representa uma progressão aritmética decrescente.



Fonte: <<http://www.globo.com.br>>

Analisando esta figura, um surfista ficou imaginando a possibilidade de ocorrência de ondas gigantescas. Se isso fosse possível, considerando esta mesma progressão, qual teria sido a altura das ondas no dia 1 ° de setembro do mesmo ano?

- a) 14,5 m
- b) 15,0 m
- c) 15,5 m
- d) 16,0 m
- e) 16,5 m

## Resposta

Alternativa: **A**.

**31)** (UFF-RJ) A comunicação eletrônica tornou-se fundamental no nosso cotidiano, mas, infelizmente, todo dia recebemos muitas mensagens indesejadas: propagandas, promessas de emagrecimento imediato, propostas de fortuna fácil, correntes etc. Isso está se tornando um problema para os usuários da internet, pois o acúmulo de “lixo” nos computadores compromete o desempenho da rede!

Pedro iniciou uma corrente enviando uma mensagem pela internet a dez pessoas, que, por sua vez, enviaram, cada uma, a mesma mensagem a outras dez pessoas. E estas, finalizando a corrente, enviaram, cada uma, a mesma mensagem a outras dez pessoas.

O número máximo de pessoas que receberam a mensagem enviada por Pedro é igual a:

- a) 30
- b) 110
- c) 210
- d) 1 110
- e) 11 110

## Resposta

Alternativa: **D**.

**32 )** (Fuvest-SP) Sejam  $a$  e  $b$  números reais tais que:

- (I)  $a$ ,  $b$  e  $a + b$  formam, nessa ordem, uma PA;
- (II)  $2^a$ ,  $16$  e  $2^b$  formam, nessa ordem, uma PG.

Então o valor de  $a$  é:

- a)  $\frac{2}{3}$
- b)  $\frac{4}{3}$
- c)  $\frac{5}{3}$
- d)  $\frac{7}{3}$
- e)  $\frac{8}{3}$

## Resposta

Alternativa: **E**.

**33 )** Calcule a soma dos 10 primeiros termos da PG (1, 2,4,8...)

**Resposta**

$$S_n = a_1 \cdot \frac{1-q^n}{1-q} = 1 \cdot \frac{1-2^{10}}{1-2} = 1 \cdot \frac{(1-1024)}{(1-2)} = 1 \cdot \frac{(-1023)}{(-1)} = 1023$$

**34 )** (FGV-RJ) Em uma progressão aritmética, o primeiro termo é 4, e o último é 184. Se um dos termos dessa PA é 100, o menor número de termos que essa progressão pode ter é:

- a) 12
- b) 16
- c) 20
- d) 32
- e) 40

**Resposta**

Alternativa: **B**.

**35 )** (Fuvest-SP) Em um bloco retangular (isto é, paralelepípedo reto retângulo) de

Volume  $\frac{27}{8}$ , as medidas das arestas concorrentes em um mesmo vértice estão em progressão geométrica. Se a medida da aresta maior é 2, a medida da aresta menor é:

- a)  $\frac{7}{8}$
- b)  $\frac{8}{8}$
- c)  $\frac{9}{8}$
- d)  $\frac{10}{8}$
- e)  $\frac{11}{8}$

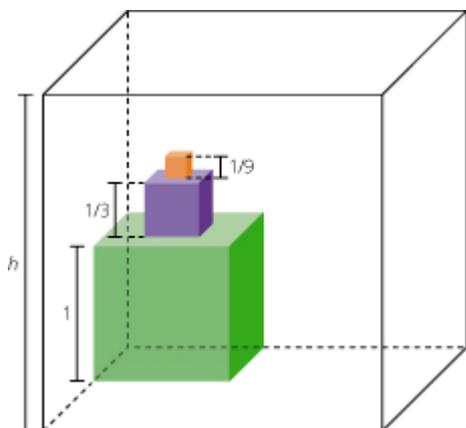
**Resposta**

Alternativa: **C**.

36 ) (Unifesp-SP) No interior de uma sala, na forma de um paralelepípedo com altura  $h$ ,

empilham-se cubos com arestas de medidas 1,  $\frac{1}{3}$ , e assim por diante, conforme mostra a figura.

$$\frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}$$



O menor valor para a altura  $h$ , se o empilhamento pudesse ser feito indefinidamente, é:

- a) 3
- b)  $\frac{5}{2}$
- c)  $\frac{7}{3}$
- d) 2
- e)  $\frac{3}{2}$

**Resposta**

Alternativa: **E**.

37 ) (UPM-SP) Em uma sequência de quatro números, o primeiro é igual ao último; os três primeiros, em progressão geométrica, têm soma 6, e os três últimos estão em progressão aritmética. Um possível valor da soma dos quatro termos dessa sequência é:

- a) 10
- b) 18
- c) 12
- d) 14
- e) 20

**Resposta**

Alternativa: **A**.

**38)** Quantos múltiplos de 13 existem entre 100 e 1000?

**Resposta**

Os múltiplos de 13 formam uma PA. O primeiro termo é o primeiro múltiplo de 13 maior que 100 e o último termo é o maior múltiplo de 13 menor que 1000.

Calculamos, então, o primeiro termo. Fazendo  $100/13$ , obtemos quociente 7 e resto 9. Somamos  $13 - 9 = 4$  e obtemos 104 ( $=13 \cdot 8$ )

$$a_1=104$$

Fazendo  $1000/13$ , obtemos 76 e resto  $1000 - 76 \cdot 13 = 12$ .

Portanto:  $a_n = 1000 - 12 = 988 (=13 \cdot 76)$

Assim, podemos calcular n usando a fórmula geral da PA.

$$a_n = a_1 + (n-1)r \Rightarrow 988 = 104 + (n-1)13 \Rightarrow 988 - 104 = (n-1)13 \Rightarrow 884/13 = (n-1) \Rightarrow 68 = n - 1 \Rightarrow n = 69$$

**39)** (UPM-SP) Se a soma dos 20 primeiros termos da progressão aritmética ( $\log x, \log x^3, \dots$ ) é 200, o valor de  $x^4$  é:

- a) 2 000
- b) 10 000
- c) 100
- d) 1 000
- e) 3 000

**Resposta**

Alternativa: **C**.

**40 )** (PUCCamp-SP) Uma fazenda de algas foi instalada junto a uma usina elétrica e, em consequência, a produção anual de etanol vem crescendo em progressão aritmética. Se o objetivo é produzir 190 milhões de litros em 2012 e a produção em 2000 foi de 46 milhões de litros, espera-se que o número de litros de etanol produzidos em 2006 seja:

- a) 118 000 000
- b) 106 000 000
- c) 82 000 000
- d) 1 180 000
- e) 106 000

**Resposta**

Alternativa: **C**.

**41)** Determine a fração geratriz da dízima periódica 0,1717...

## Resposta

$$\begin{aligned}0,1717 \dots &= 0,17 + 0,0017 + 0,000017 + \dots = \\ &= \frac{17}{100} + \frac{17}{10000} + \frac{17}{1000000} + \dots = \\ &= \frac{17}{100} \left( 1 + \frac{1}{100} + \frac{1}{10000} + \dots \right) = \frac{17S}{100}.\end{aligned}$$

$$S = \frac{a_1}{1-q} = \frac{1}{1-\frac{1}{100}} = \frac{1}{\frac{99}{100}} = \frac{100}{99}.$$

Logo, a fração geratriz da dízima é  $\frac{17S}{100} = \frac{17}{99}$ .

**42 )** (ESPM-SP) A soma de todos os números naturais de 2 algarismos distintos é igual a:

- a) 4 905
- b) 4 540
- c) 4 410
- d) 4 210
- e) 4 090

## Resposta

Alternativa: **C**.

**43 )** (PUC-MG) O tempo destinado à propaganda eleitoral gratuita é dividido entre três coligações partidárias em partes diretamente proporcionais aos termos da progressão aritmética:  $t$ ,  $t + 6$ ,  $t^2$ . Nessas condições, de cada hora de propaganda eleitoral gratuita, a coligação partidária à qual couber a maior parte do tempo  $t$ , medido em minutos, ficará com:

- a) 26 min
- b) 28 min
- c) 30 min
- d) 32 min

## Resposta

Alternativa: **D**.

44 ) Escreva uma PG:

a) de 5 termos, onde  $a_1 = 2$  e  $q=3$

b) de 4 termos, onde  $a_1 = -2$  e  $q = 2$

c) de 6 termos, onde  $a_1 = 1/2$  e  $q = -2$

d) de 5 termos, onde  $a_1 = 1/2$  e  $q = -1/3$

**Resposta**

a) (2, 6, 18, 54, 162)

b) (-2, -4, -8, -16)

c) (1/2, -1, 2, -4, 8, -16)

d) (1/2, -1/6, 1/18, -1/54, 1/162)

45 ) (FGV-SP) Seja uma sequência de  $n$  elementos ( $n > 1$ ), dos quais um deles é  $1 - \frac{1}{n}$  os demais são todos iguais a 1. A média aritmética dos  $n$  números dessa sequência é:

a) 1

b)  $n - \frac{1}{n}$

c)  $n - \frac{1}{n^2}$

d)  $1 - \frac{1}{n^2}$

e)  $1 - \frac{1}{n} - \frac{1}{n^2}$

**Resposta**

Alternativa: **D**.

46) Os primeiros números da Sequência de Fibonacci são 1,1, 2, 3, 5, 8,13, 21, 34, 55,... Escreva a fórmula geral dessa sequência.

## Resposta

Na sequência de Fibonacci, a lei é:

$$a_1 = a_2 = 1$$

$$a_n = a_{n-1} + a_{n-2} \text{ para } n > 2$$

47 ) Quantos múltiplos de 14 existem entre 200 e 4000?

## Resposta

Calcular o número de termos de uma PA de razão 14, com  $a_1=210$  e  $a_n=3990$ .

Portanto  $n = 271$

48 ) Numa festa, quando a música começou a tocar, os casais começaram a entrar na pista de dança. Uma pessoa reparou que a cada minuto cada casal na pista chamava outro casal. Se havia um casal na pista quando a música começou, quantas pessoas estavam na pista após 5 minutos de música? Qual é o tipo de sequência que expressa o número de pessoas após  $n$  minutos?

## Resposta

Início: 2 pessoas

1 minuto: 4 pessoas ( $4 = 2^2$ )

2 minutos: 8 pessoas ( $8 = 2^3$ )

$n$  minutos:  $2^{n+1}$  pessoas

Em 5 minutos, temos  $2^6 = 64$  pessoas

A sequência é uma PG com primeiro termo 4 e razão 2.

49 ) (UEL-PR) A média aritmética dos números  $a$  e  $b$  é  $(a + b)/2$  e a média geométrica de  $a$  e  $b$  é  $\sqrt{ab}$ . Dois números têm média aritmética 4,1 e média geométrica 4. A alternativa correta que apresenta o maior deles é:

- a) 1
- b) 4
- c) 2
- d) 8,2
- e) 5

## Resposta

Alternativa: **E**.

50 ) (Fatec-SP) Se a média aritmética dos 31 termos de uma progressão aritmética é 78, então o 16.º termo dessa progressão é:

- a) 54
- b) 66
- c) 78

- d) 82
- e) 96

**Resposta**

Alternativa: **C**.

**51 )** (FGV-SP) A soma de todos os inteiros entre 50 e 350 que possuem o algarismo das unidades igual a 1 é:

- a) 4 566
- b) 4 877
- c) 5 208
- d) 5 539
- e) 5 880

**Resposta**

Alternativa: **E**.

**52 )** (PUC-PR) Nicômaco de Gerasa, um matemático grego que viveu no terceiro século da nossa era, apontou as seguintes propriedades dos cubos dos números naturais:

$$1^3 = 1$$
$$2^3 = 3 + 5$$
$$3^3 = 7 + 9 + 11$$

.....

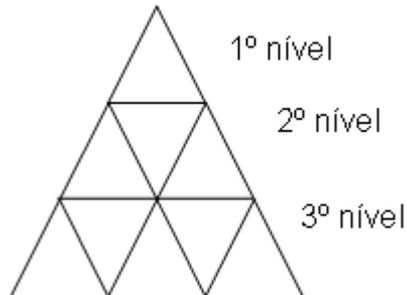
Com base nas indicações fornecidas por Nicômaco, calcule a soma dos cubos dos vinte primeiros números inteiros:  $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 20^3$ .  
Esta soma vale:

- a) 44 100
- b) 400
- c) 8 000
- d) 36 100
- e) 53 361

**Resposta**

Alternativa: **A**.

**53 )** Observe o desenho a seguir de um “castelo de cartas” de 3 níveis, onde cada segmento representa uma carta. Considerando que o castelo de 1 nível é apenas um par de cartas apoiado um no outro, calcule uma fórmula para o número de cartas de um “castelo” de  $n$  níveis. Usando a fórmula que você descobriu, mostre que, com um baralho de 52 cartas, podemos fazer um castelo de, no máximo, 5 níveis.



### Resposta

Número de cartas no 1º nível  $\rightarrow 2$

Número de cartas no 2º nível  $\rightarrow 5$  (2 pares e 1 meio de apoio entre eles)

Número de cartas no 3º nível  $\rightarrow 8$  (3 pares e 2 meios de apoio entre eles)

...

Número de cartas no  $n^{\circ}$  nível  $\rightarrow 2n + (n-1) = 3n-1$  ( $n$  pares e  $n-1$  apoios entre eles)

Castelo de 1 nível  $\rightarrow 2$  cartas

Castelo de 2 níveis  $\rightarrow 2+5 = 7$  cartas

Castelo de 3 níveis  $\rightarrow 2+5+8 = 15$  cartas

...

Castelo de  $n$  níveis  $\rightarrow$  soma  $2 + 5 + 8 + \dots + 3n-1$

A soma pedida é soma de PA de  $a_1=2$ ,  $r=3$ ,  $n$  termos, assim:

$$A_n = a_1 + (n-1)r = 2 + (n-1) \cdot 3 = 3n-1$$

$$S_n = (a_1 + a_n) \cdot n / 2 = (2 + 3n-1) \cdot n / 2 = (3n+1) \cdot n / 2$$

Castelo de 5 níveis:  $S = (3 \cdot 5 + 1) \cdot 5 / 2 = 40$  cartas

Castelo de 6 níveis:  $S = (3 \cdot 6 + 1) \cdot 6 / 2 = 57$  cartas (não é possível com um único baralho)

**54 )** (Fuvest-SP) Uma progressão aritmética e uma progressão geométrica têm, ambas, o primeiro termo igual a 4, sendo que os seus terceiros termos são estritamente positivos e coincidem. Sabe-se ainda que o segundo termo da progressão aritmética excede o segundo termo da progressão geométrica em 2. Então, o terceiro termo das progressões é:

- a) 10
- b) 12
- c) 14
- d) 16
- e) 18

## Resposta

Alternativa: **D**.

55 ) (PUC-RS) O valor de  $x$  na equação é:  $x + \frac{3}{4}x + \frac{9}{16}x + \dots = 8$

- a) 6
- b) 4
- c) 2
- d) 1
- e)  $\frac{3}{4}$

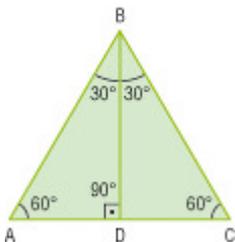
## Resposta

Alternativa: **C**.

56) Usando um triângulo equilátero, mostre que  $\sin 30^\circ = \cos 60^\circ = 1/2$ .

## Resposta

Traçando a bissetriz de um dos ângulos de um triângulo equilátero, obtemos dois triângulos retângulos de ângulos  $30^\circ$ ,  $60^\circ$  e  $90^\circ$ .



Seja  $AB = BC = CA = L$  as medidas dos lados do triângulo.  
Como o triângulo é equilátero, a bissetriz traçada é também mediana.  
Portanto:  $AD = DC = AC/2 = L/2$   
Então, temos em ADB:

$$\sin 30^\circ = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{L/2}{L} = 0,5$$

$$\cos 60^\circ = \frac{\text{cateto adjacente}}{\text{hipotenusa}} = \frac{L/2}{L} = 0,5$$

**57 )** (FGV-RJ) Considere a sequência cujo termo geral é  $a_n = (-1)^n (2 + 3n)$ , onde  $n = 1, 2, 3, \dots$ .

- a) Escreva os seis primeiros termos dessa sequência.
- b) Calcule a soma dos 2 007 primeiros termos dessa sequência.

**Resposta**

- a)  $-5, 8, -11, 14, -17, 20$
- b)  $-3\ 014$

**58)** Descubra a regra que descreve a seguinte sequência:  $S = \{4, 9, 16, 25, 36\dots\}$

**Resposta**

Observando que os números são quadrados perfeitos e que o primeiro número é  $2^2$ , o segundo  $3^2$ , etc. Podemos escrever a regra  $a_n = (n+1)^2$ .

**59 )** A função afim  $f(x) = 3x + 2$  leva a PA  $(-1, 1, 3, 5)$  para outra PA  $(x_1, x_2, x_3, x_4)$ . Calcule os termos da segunda PA.

**Resposta**

$$\begin{aligned}x_1 &= 3 \cdot (-1) + 2 = -1 \\x_2 &= 3 \cdot (1) + 2 = 5 \\x_3 &= 3 \cdot (3) + 2 = 11 \\x_4 &= 3 \cdot (5) + 2 = 17\end{aligned}$$

**60 )** (Fuvest-SP)

- a) Quantos múltiplos de 9 há entre 100 e 1 000?
- b) Quantos múltiplos de 9 ou 15 há entre 100 e 1 000?

**Resposta**

- a) 100
- b) 140

**61 )** (UFMT-MT) Admita que a população humana mundial cresça, em progressão geométrica, 1% ao ano, e a produção de alimentos para essa população cresça, em progressão aritmética, também 1% ao ano. Admita ainda que a quantidade de alimentos produzidos em 2007 seja suficiente, sem sobras, para toda essa população. Mantidos esses percentuais de crescimento, quando a população humana dobrar, que percentual máximo dessa população poderá ser alimentado?

Considere:

$$\log 2 = 0,3$$

$$\log 1,01 = 0,004$$

- a) 87,5%
- b) 50%
- c) 100%
- d) 77,5%
- e) 90%

### Resposta

Alternativa: **A**.

**62 )** (Unesp-SP) No início de janeiro de 2004, Fábio montou uma página na internet sobre questões de vestibulares. No ano de 2004, houve 756 visitas à página. Supondo que o número de visitas à página, durante o ano, dobrou a cada bimestre, o número de visitas à página de Fábio no primeiro bimestre de 2004 foi:

- a) 36
- b) 24
- c) 18
- d) 16
- e) 12

### Resposta

Alternativa: **E**.

**63 )** Numa PA de 9 termos, sabe-se que o primeiro é 3 e o último é 15. Escreva todos os termos dessa PA.

### Resposta

(termos decimais, separados por ponto e vírgula)  
(3; 4,5; 6; 7,5; 9; 10,5; 12; 13,5; 15)

**64 )** (ESPM-SP) A soma dos  $n$  primeiros termos de uma sequência numérica é dada pela expressão  $S_n = 3n^2 - 5n$ . O vigésimo termo dessa sequência é:

- a) 112
- b) 121
- c) 132
- d) 146
- e) 152

### Resposta

Alternativa: **A**.

**65 )** Uma montadora de automóveis produziu 20.000 carros no ano passado. Se a demanda tende a crescer 10% por ano, calcule quantos automóveis serão produzidos daqui a três anos.

- a) 26.000
- b) 26.400
- c) 26.600
- d) 26.620
- e) 26.700

### Resposta

Alternativa: **D**

O número de automóveis produzidos daqui a  $n$  anos é dado por:

$$N = 20000 \cdot (1 + 0,1)^n = 20000 \cdot (1,1)^n$$

Portanto, daqui a três anos serão produzidos:

$$N = 20000 \cdot (1,1)^3 = 26.620 \text{ carros.}$$

**66 )** (Unicamp-SP) A Anatel determina que as emissoras de rádio FM utilizem as frequências de 87,9 a 107,9 MHz, e que haja uma diferença de 0,2 MHz entre as emissoras com frequências vizinhas. A cada emissora, identificada por sua frequência, é associado um canal, que é um número natural que começa em 200. Desta forma, à emissora cuja frequência é de 87,9 MHz corresponde o canal 200; à seguinte, cuja frequência é de 88,1 MHz, corresponde o canal 201, e assim por diante. Pergunta-se:

- a) Quantas emissoras FM podem funcionar (na mesma região), respeitando-se o intervalo de frequências permitido pela Anatel? Qual o número do canal com maior frequência?
- b) Os canais 200 e 285 são reservados para uso exclusivo das rádios comunitárias. Qual a frequência do canal 285, supondo que todas as frequências possíveis são utilizadas?

### Resposta

- a) Podem funcionar 101 emissoras, e o número do canal com maior frequência é 300.
- b) 104,9 MHz

**67 )** Determine a razão e o primeiro termo de uma PA sabendo que seu terceiro termo é 7 e o quinto, 15.

### Resposta

Temos:

$$a_3 = 7 \quad ? \quad a_1 + 2r = 7$$

$$a_5 = 15 \quad ? \quad a_1 + 4r = 15$$

Subtraindo a primeira equação da segunda, temos:

$$a_1 - a_1 + 4r - 2r = 15 - 7 \quad ? \quad 2r = 8 \quad ? \quad r = 4$$

Substituindo  $r$  na primeira equação:

$$a_1 + 2r = 7 \quad ? \quad a_1 + 2 \cdot 4 = 7 \quad ? \quad a_1 = 7 - 8 = -1$$

**68 )** Dos números de 10 a 200, quantos não são múltiplos de 2 nem de 3?

## Resposta

Número de múltiplos de 2 entre 10 e 200:  
PA, onde  $a_1=10$ ,  $a_n=200$   $r=2 \Leftrightarrow N_{\text{mult}2}=96$

Número de múltiplos de 3 entre 10 e 200:  
PA, onde  $a_1=12$ ,  $a_n=198$   $r=3 \Leftrightarrow N_{\text{mult}3}=63$

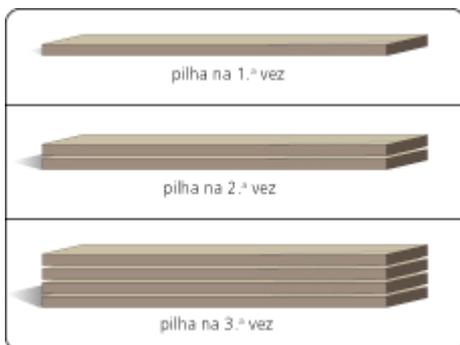
Número de múltiplos de 6 entre 10 e 200:  
PA, onde  $a_1=12$ ,  $a_n=198$   $r=6 \Leftrightarrow N_{\text{mult}6}=32$

Quantidade de números entre 10 e 200:  
PA, onde  $a_1=11$ ,  $a_n=200$   $r=1 \Leftrightarrow N=191$

Quantidade pedida:  
 $N - N_{\text{mult}2} - N_{\text{mult}3} + N_{\text{mult}6} = 191 - 96 - 63 + 32 = 64$

(Somamos os múltiplos de 6 porque eles foram descontados duas vezes, por serem múltiplos de 2 e de 3)

**69 )** (Unesp-SP) Várias tábuas iguais estão em uma madeireira. A espessura de cada tábua é 0,5 cm. Forma-se uma pilha de tábuas colocando-se uma tábua na primeira vez e, em cada uma das vezes seguintes, tantas quantas já houveram sido colocadas anteriormente. Determine, ao final de 9 dessas operações:

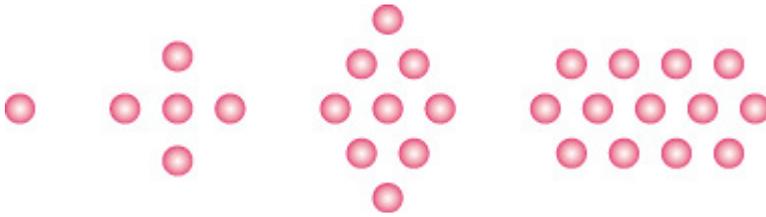


- quantas tábuas terá a pilha;
- a altura, em metros, da pilha.

## Resposta

- 256 tábuas
- 1,28 metro

**70 )** (Unesp-SP) Num laboratório, foi feito um estudo sobre a evolução de uma população de vírus. Ao final de um minuto do início das observações, existia 1 elemento na população; ao final de dois minutos, existiam 5, e assim por diante. A seguinte sequência de figuras apresenta as populações do vírus (representado por um círculo) ao final de cada um dos quatro primeiros minutos.



Supondo que se manteve constante o ritmo de desenvolvimento da população, o número de vírus no final de 1 hora era de:

- a) 241
- b) 238
- c) 237
- d) 233
- e) 232

**Resposta**

Alternativa: **C**.

71) (Fuvest-SP) Três números positivos, cuja soma é 30, estão em progressão aritmética. Somando-se, respectivamente, 4, -4 e -9 aos primeiro, segundo e terceiro termos dessa progressão aritmética, obtemos três números em progressão geométrica. Então, um dos termos da progressão aritmética é:

- a) 9
- b) 11
- c) 12
- d) 13
- e) 15

**Resposta**

Alternativa: **C**.

72) A soma dos  $n$  primeiros termos de uma seqüência é  $S_n = n^2 + 1$ . O quarto termo dessa seqüência é:

- a) 7
- b) 8
- c) 9
- d) 10
- e) 11

**Resposta**

$$S_1 = a_1 = 1^2 + 1 = 2.$$

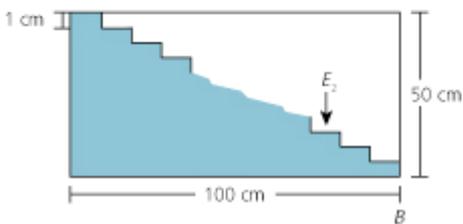
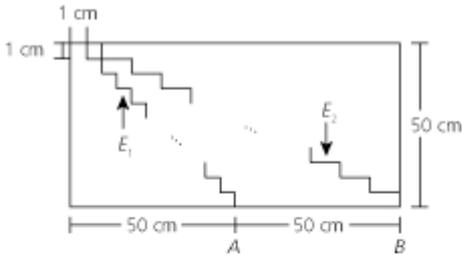
$$S_2 = a_1 + a_2 = 2^2 + 1 = 5 \Rightarrow a_2 = 3.$$

$$S_3 = S_2 + a_3 = 3^2 + 1 = 10 \Rightarrow a_3 = 5.$$

$$S_4 = S_3 + a_4 = 4^2 + 1 = 17 \Rightarrow a_4 = 7.$$

Alternativa: **A**.

**73 )** (Unifesp-SP) A primeira figura representa um retângulo de 100 cm por 50 cm, com uma escada  $E_1$  contendo 50 degraus de 1 cm de largura por 1 cm de altura. O ponto  $A$  indica a extremidade inferior da escada  $E_1$ . Pretende-se ampliar a largura dos degraus de  $E_1$ , de forma a obter uma nova escada,  $E_2$ , contendo também 50 degraus, todos de mesma largura e tendo como extremidade inferior o ponto  $B$ , conforme a figura. Na nova escada,  $E_2$ , a altura dos degraus será mantida igual a 1 cm.



A área da região sombreada, sob a escada  $E_2$ , conforme a segunda figura, será:

- a) 2 050 cm<sup>2</sup>
- b) 2 500 cm<sup>2</sup>
- c) 2 550 cm<sup>2</sup>
- d) 2 750 cm<sup>2</sup>
- e) 5 000 cm<sup>2</sup>

**Resposta**

Alternativa: **C**.

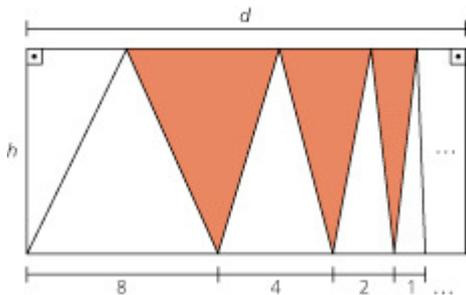
**74 )** (Unifesp-SP) A soma dos termos que são números primos da sequência cujo termo geral é dado por  $a_n = 3n + 2$ , para  $n$  natural, variando de 1 a 5, é:

- a) 10
- b) 16
- c) 28
- d) 33
- e) 36

**Resposta**

Alternativa: **D**.

**75 )** (FGV-SP) A figura indica infinitos triângulos isósceles, cujas bases medem, em centímetros, 8, 4, 2, 1, ... .



Sabendo que a soma da área dos infinitos triângulos hachurados na figura é igual a 51, pode-se afirmar que a área do retângulo de lados  $h$  e  $d$  é igual a:

- a) 68
- b) 102
- c) 136
- d) 153
- e) 192

**Resposta**

Alternativa: **C**.

**76 )** As sequências numéricas a seguir são PA ou PG? Indique a razão em ambos os casos.

- a)  $S_1 = \{2, 5, 8, 11, 14, \dots\}$
- b)  $S_2 = \{1, -2, 4, -8, 16, \dots\}$
- c)  $S_3 = \{1, -1, -3, -5, -7, \dots\}$
- d)  $S_4 = \{27, 9, 3, 1, 1/3, \dots\}$

**Resposta**

- a) PA de razão 3, pois  $5 - 2 = 8 - 5 = \dots = 3$ .
- b) PG de razão  $-2$ , pois  $-2/1 = 4/(-2) = (-8)/4 = \dots = -2$ .
- c) PA de razão  $-2$ , pois  $-1 - 1 = -3 - (-1) = \dots = -2$ .
- d) PG de razão  $1/3$ , pois  $9/27 = 3/9 = \dots = 1/3$ .

**77)** Calcule a soma dos 10 primeiros termos da PG onde  $a_1 = 1/4$  e  $q = 2$ .

**Resposta**

$$S_n = a_1 \cdot \frac{1 - q^n}{1 - q} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1 - 2^{10}}{1 - 2} = \frac{1}{4} \cdot \frac{(-1023)}{(-1)} = 255,75$$