Gabarito exercícios de fixação Análise Combinatória

1) Calcule:

a) $A_{5,3}$

b) $A_{3,3}$

c) $A_{4,3}$

d) $A_{5,1}$

Resposta

$$a)\frac{5!}{(5-3)!} = 5.4 = 20$$

$$b)\frac{3!}{(3-3)!} = 3.2.1 = 6$$

$$c)\frac{4!}{(4-3)!} = \frac{4!}{(1)!} = 4.3.2.1 = 24$$

$$d)\frac{5!}{(5-1)!} = \frac{5!}{4!} = 5$$

2) Calcule as combinações:

$a) C_{5,3} =$

$b)\binom{6}{4} =$

$c) C_{10,9} =$

$d)\binom{12}{10} =$

Resposta

Resposta:

$$a)C_{5,3} = \frac{5!}{3!.2!} = \frac{5.4.3!}{3!.2.1} = \frac{5.4}{2.1} = 10$$

$$b)\binom{6}{4} = \frac{6!}{4!.2!} = \frac{6.5.4!}{4!.2.1} = \frac{6.5}{2.1} = 15$$

$$c)C_{10,9} = \frac{10!}{9!.1!} = \frac{10.9!}{9!.1} = 10$$

$$d)\binom{12}{10} == \frac{12!}{12!.10!} = \frac{12.11.10!}{10!.2.1} = \frac{12.11}{2.1} = 66$$

3) Simplifique se possível e calcule o valor:

a) 0!

b) 1!

c) 4!

$$d)\frac{5!}{3!} =$$

$$e)\frac{10!}{8!.2!} =$$

$$f)\frac{(n+1)!}{(n-2)!} = (n > 2)$$

Resposta

Resposta:

a)1
b)1
c)1.2.3.4=24

$$d)\frac{5!}{3!}=\frac{5.4.3!}{3!}=\frac{5.4}{1}=20$$

$$e)\frac{10!}{8!.2!}=\frac{10.9.8!}{8!.2.1}=\frac{10.9}{2.1}=45$$

$$f)\frac{(n+1)!}{(n-2)!}=\frac{(n+1).n.(n-1)(n-2)!}{(n-2)!}=\frac{(n+1).n.(n-1)}{1}=(n+1).n.(n-1)$$

4) Quantos anagramas da palavra ATOR existem? Quais são eles?
(Anagramas são combinações das mesmas letras em qualquer ordem, com ou sem significado)

Resposta

Resposta:
É possível formar 4! anagramas=4.3.2.1=24. (São 4 opções para a primeira letra, 3 para a segunda, 2 para a terceira e 1 para a última).
Os anagramas são:
ATOR, ATRO, ARTO, AROT, AOTR, AORT
TAOR, TARO, TORA, TOAR, TRAO, TROA
OART, OATR, ORAT, ORTA, OTAR, OTRA
RAOT, RATO, ROAT, ROTA, RTAO, RTOA

5) Uma pizzaria vende pizzas em pedaços e tem 30 sabores de pizzas e 10 tipos de bebidas. De quantas maneiras se pode fazer uma refeição composta de dois pedaços de pizza de sabores diferentes e uma bebida?

Resposta

1º pedaço: 30 opções
2º pedaço: 29 opções (pois uma já foi pedida no primeiro)
Bebida: 10 opções
Total de opções: 30.29.10=8700

6) Quantos números de cinco algarismos podemos formar usando, sem repetição, cinco números pares?

Resposta

Primeiro calculamos a permutação dos cinco dígitos em cinco posições. Depois subtraímos a quantidade deles que começa com zero, ou seja, um quinto do total (pois todos vão estar na posição inicial o mesmo número de vezes).
$P_5 = 5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$
$120/5 = 24$
$120 – 24 = 96$
Portanto, o número pedido é 96.

7) Nilza trabalha em um prédio que tem três portas de entrada, seis roletas e quatro elevadores. De quantas formas diferentes ela pode subir ao escritório?

Resposta

$n = 3 \cdot 6 \cdot 4 = 72$
Considerando que as escolhas são independentes, ela tem 72 formas diferentes de entrar no prédio e chegar ao escritório.

8) Para a constituição de uma CPI (Comissão Parlamentar de Inquérito), deverão ser escolhidos vereadores de três partidos *A, B e C.*
Sabendo que serão escolhidos seis dos oito vereadores do partido *A*, quatro dos sete vereadores do partido *B* e cinco dos nove vereadores do partido *C*, determine de quantos modos é possível formar essa CPI.

Resposta

Há $C_8^6 = \frac{8!}{6! \cdot 2!} = 28$ escolher os vereadores do partido $C_9^5 = \frac{9!}{5! \cdot 4!} = 126$

A, $C_7^4 = \frac{7!}{4! \cdot 3!} = 35$ modos de escolher os vereadores do partido *B* e maneiras de

escolher os vereadores do partido *C*. Portanto, a CPI pode ser formada

de $28 \cdot 35 \cdot 126 = 123.480$ maneiras diferentes.

9) (Enem-MEC) A escrita Braile para cegos é um sistema de símbolos no qual cada caráter e um conjunto de 6 pontos dispostos em forma retangular, dos quais pelo menos um se destaca em relação aos demais.
Por exemplo, a letra A é representada por:

● ▪

▪ ▪

▪ ▪

O número total de caracteres que podem ser representados no sistema Braile é:

a) 12
b) 31
c) 36
d) 63
e) 720

Resposta

Alternativa: **D**.

10) Quantas combinações de 4 letras (com ou sem sentido) podem ser formadas usando as letras da palavra MILAGRE sem repetição? Se não usarmos a letra G, quantas combinações serão?

Resposta

Para escolher 4 elementos entre 7, sendo que a ordem em que escolhemos é importante, temos:

$$A_{7,4} = \frac{7!}{(7-4)!} = \frac{7!}{3!} = 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 = 840$$

Se não usarmos a letra G, temos que escolher os 4 elementos entre 6, portanto:

$$A_{6,4} = \frac{6!}{(6-4)!} = \frac{6!}{2!} = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 360$$

11) Ana tem cinco livros de Matemática e seis de Física e vai participar de um grupo de estudos onde há três mesas. Ela precisa colocar em cada mesa um livro de Matemática e um de Física. De quantas formas ela pode fazer isso?

Resposta

Na primeira mesa ela tem cinco escolhas para Matemática e seis para Física; na segunda mesa, quatro para Matemática e cinco para Física; na terceira, três para Matemática e quatro para Física. Portanto:
$n = 5 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 4 = 7200$

12) (Enem-MEC) Estima-se que haja, no Acre, 209 espécies de mamíferos distribuídas conforme a tabela abaixo:

Grupos taxonômicos	Número de espécies
Artiodáctilos	4
Carnívoros	18
Cetáceos	2
Quirópteros	103
Lagomorfos	1
Marsupiais	16
Perissodáctilos	1
Primatas	20
Roedores	33
Sirênios	1
Edentados	10
Total	209

Deseja-se realizar um estudo comparativo entre três dessas espécies de mamíferos – uma do grupo Cetáceos, outra do grupo Primatas e a terceira do grupo Roedores. O número de conjuntos distintos que podem ser formados com essas espécies para esse estudo é igual a:

a) 1 320
b) 2 090
c) 5 845
d) 6 600
e) 7 245

13) Num grupo de 20 pessoas há apenas 5 mulheres. De quantas maneiras podemos escolher 4 pessoas de modo que haja pelo menos uma mulher?

Resposta

Número de grupos de 4 pessoas entre 20:

$$n_1 = C_{20,4} = \frac{20!}{4!(20-4)!} = \frac{20!}{4!16!} = \frac{20 \cdot 19 \cdot 18 \cdot 17 \cdot 16!}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 16!} =$$
$$= \frac{20 \cdot 19 \cdot 18 \cdot 17}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 4845$$

Número de grupos de 4 pessoas sem mulheres; são 4 homens escolhidos entre 15:

$$n_2 = C_{15,4} = \frac{15!}{4!(15-4)!} = \frac{15!}{4!11!} = \frac{15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 11!}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 11!} =$$
$$= \frac{15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 1365$$

Número de grupos de 4 pessoas com pelo menos uma mulher:
$n_3 = n_1 - n_2 = 4845 - 1365 = 3480$

14) Uma senha de uma rede de computadores é formada por 5 letras escolhidas entre as 26 do alfabeto.

a) Quantas senhas existem com todas as letras distintas e que comecem pela letra S?
b) Quantas senhas são possíveis, de modo que haja pelo menos duas letras iguais?

Observação: O resultado pode ser apenas indicado, não sendo necessário fazer as contas.

Resposta

a) 1 .25.24.23.22

b) $26^5 - 26.25 \cdot 24 \cdot 23 \cdot 22$

15) Com os dígitos de 3 a 9, quantos números de quatro algarismos, distintos ou não, podemos formar? Quantos deles, com algarismos distintos, são múltiplos de 5?

Resposta

Podendo repetir os dígitos, temos, em cada uma das quatro posições que formam o número, sete escolhas (3,4,5,6,7,8,9). Assim, o número de possibilidades é: $n = 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = 2401$.
Para que o número seja múltiplo de 5 é necessário que o dígito 5 ocupe a última posição (o zero não faz parte dos dígitos disponíveis).

Para preencher as outras posições sem repetição, temos:
6 escolhas para a primeira posição (pois já usamos o dígito 5)
5 escolhas para a segunda
4 escolhas para a terceira (o número diminui por não haver repetição).
Nesse caso, o número de possibilidades é:
m = 6 · 5 · 4 = 120

16) Quantos anagramas tem a palavra: FÍSICA? E a palavra BIOLOGIA? (Não considere o acento.)

Resposta

Anagramas de FÍSICA

$$P_6^2 = \frac{6!}{2!} = \frac{6.5.4.3}{1} = 360$$

Anagramas de BIOLOGIA:

$$P_8^{2,2} = \frac{8!}{2!.2!} = \frac{8.7.6.5.4.3}{2} = 8.7.6.5.2.3 = 10080$$

17) Adi deseja jantar com Silvia num restaurante situado na torre de um *shopping center.* Sabendo que existem 4 entradas no andar térreo, 3 escadas rolantes de acesso ao 1º piso e 5 elevadores do 1º piso até o restaurante, determine de quantos modos distintos o casal pode chegar ao restaurante utilizando uma das entradas, uma escada rolante e um elevador.

Resposta

Pelo princípio fundamental da contagem, há $4 \cdot 3 \cdot 5 = 60$ maneiras distintas de alcançar o restaurante de acordo com o enunciado.

18) No jogo da Mega Sena existem 60 números dos quais 6 devem ser sorteados. Quantas possibilidades há para o resultado desse sorteio? O jogador pode apostar até em 8 dezenas diferentes. Se fizer isso, quantas possibilidades de sorteio aquele jogo cobre?

Resposta

Sortear 6 dentre 50 números:

$$C_{50,6} = \frac{60!}{6!54!} = \frac{60.59.58.57.56.55}{6.5.4.3.2.1} = 50.063.860 \; possibilidades$$

Supondo que as 6 dezenas estejam dentre as 8 escolhidas temos:

$$C_{8,6} = \frac{8!}{6!2!} = \frac{8.7}{2.1} = 28 \; possibilidades$$

19) Numa circunferência são marcados 7 pontos distintos. Quantos pentágonos com vértices podemos formar nesses pontos?

Resposta

Nesse caso, há uma escolha de 5 pontos entre 7, sem que a ordem de escolha seja importante. Então:

$$n = C_{7,5} = \frac{7!}{5!(7-5)!} = \frac{7!}{5!2!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5!}{2 \cdot 1 \cdot 5!} = \frac{7 \cdot 6}{2 \cdot 1} = 21$$

20) Num triângulo equilátero, três pontos são marcados em cada lado. Quantos triângulos diferentes podem ser formados com esses nove pontos? Desses triângulos, quantos têm um vértice em cada ângulo do triângulo original?

Resposta

Temos nove pontos para escolher três e formar os triângulos. Porém, não podemos escolher três do mesmo lado. Temos, então, que subtrair a escolha de três pontos alinhados da escolha de três pontos quaisquer.

$$= C_{9,3} - 3 = \frac{9!}{3!(9-3)!} - 3 = \frac{9!}{3!6!} - 3 = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6!}{3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 6!} - 3 =$$

$$= \frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{3 \cdot 2 \cdot 1} - 3 = 84 - 3 = 81$$

Para que cada vértice esteja em um lado do triângulo original, basta escolher

um em cada três de cada lado, temos então:
$n = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$ possibilidades

21) Para um trabalho escolar, um grupo de 6 alunos precisa escolher um coordenador, um auxiliar e um redator. De quantas maneiras isso pode ser feito? (Calcule com e sem a fórmula.)

Resposta

Resposta:
Sem usar fórmula:
Escolhendo primeiro o coordenador: 6 possibilidades
Depois o auxiliar: 5 possibilidades
Depois o redator: 4 possibilidades
Total: 6.5.4=120 possibilidade

Com a fórmula:
É necessário escolher 3 dentre 6, e a ordem importa (pois significa o cargo).
Portanto:
$A_{6,3}=6!/3!=6.5.4=120$

22) Cláudia tem 10 amigos e precisa escolher 3 deles para ir com ela a um jantar. De quantas maneiras ela pode fazer isso?

Resposta

Para escolher 3 elementos entre 10, onde a ordem de escolha não é importante, temos:

$$C_{10,3} = \frac{10!}{3!(10-3)!} = \frac{10!}{3!7!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7!}{3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 7!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 120$$

23) Seis pessoas vão ao cinema juntas e encontram um único lugar com seis cadeiras disponíveis lado a lado. De quantas maneiras elas podem sentar-se? E se forem três casais de namorados que não se sentam separados?

Resposta

$6! = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720$
O número de possibilidades de seis pessoas sentarem em seis cadeiras é 720.
Se forem três casais, cada casal, na escolha das cadeiras, pode ser considerado uma pessoa e cada par de cadeiras ocupado, uma cadeira.
A ordenação dos pares, assim, tem 3! possibilidades. Uma vez ordenados os

casais, cada casal tem duas maneiras diferentes de sentar-se no seu par de cadeiras. Portanto: $P_3 = 3! \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 6 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 48$ maneiras.

24) Com os dígitos: 1,2,3,4,5,7,9 :

a) quantos números de dois algarismos distintos se pode formar?

b) quantos números de dois algarismos distintos ou não se pode formar?

c) quantos números de três algarismos distintos se pode formar?

d) Quantos números pares de três algarismos distintos se pode formar?

e) quantos números ímpares de três algarismos distintos se pode formar?

Resposta

Resposta:
a) Para o primeiro dígito temos 7 escolhas, para o segundo 6 (pois um já foi utilizado) portanto: $n_a=7.6=42$
b) Basta acrescentar ao número obtido anteriormente os números com algarismos repetidos: 11,22,33,44,55,77,99
$n_b=42+7=49$
Outra forma: para o primeiro dígito temos 7 opções e para o segundo também:
$n_b=7.7=49$
c) são 7 escolhas para o primeiro dígito, 6 para o segundo e 5 para o terceiro:
$n_c=7.6.5=210$
d) para que o número seja par, precisamos escolher em primeiro lugar o último dígito , para o qual temos apenas 2 opções. Em seguida sobram 6 escolhas para o segundo (pois já usamos um dos pares) e 5 para o terceiro:
$n_d=6.5.2=60$
e) para que o número seja ímpar, precisamos escolher em primeiro lugar o último dígito , para o qual temos apenas 5 opções. Em seguida sobram 6 (pois já usamos um dos ímpares) escolhas para o segundo e 5 para o terceiro:
$n_d=6.5.5=150$

Note que, como era de se esperar, a soma dos pares e dos impares é o total de números de três dígitos

25) Sete amigas, entre as quais Roberta e Joana, vão ao cinema. O número de modos que o grupo poderá ocupar 7 poltronas consecutivas numa mesma fila, sabendo que Roberta e Joana sempre sentam juntas, é:

a) 360
b) 720
c) 1080

d) 1440
e) 1800

Resposta

Alternativa: **D**
Como Roberta e Joana sentam juntas, consideremos as duas poltronas ocupadas por elas como uma só. Logo, existem $P_6 = 6! = 720$ possibilidades de ocupar as poltronas. Roberta e Joana ainda podem sentar-se de $P_2 = 2! = 2$ maneiras distintas. Portanto, o grupo de amigas poderá sentar-se de $720 \cdot 2 = 1440$ modos distintos.

26) Com os algarismos de 1 a 7, quantos números de 4 dígitos distintos, maiores ou que 5347, podemos formar?

Resposta

1ª possibilidade: se o primeiro dígito for 6 ou 7 (2 opções), os três números seguintes podem ser escolhidos à vontade resultando em 6 opções, 5 opções, e 4 opções: portanto a 1ª possibilidade tem 2.6.5.4=240 opções
2ª possibilidade: se o primeiro dígito for 5 (1 opção) e o seguinte for 4, 5,6 ou 7 (4 opções), os dois seguintes podem ser escolhidos livremente: 5 opções e 4 opções. Portanto a 2ª. Possibilidade tem 1.4.5.4=80 opções
3º possibilidade: se o primeiro dígito for 5, o segundo for 3 e o terceiro for 6 ou 7 (pois o 5 já foi escolhido, 2 opções), o quarto pode ser qualquer outro: 4 opções. Portanto a 3ª possibilidade tem 1.1.2.4= 8 opções
Somando as opções nas três possibilidades, temos: 240+80+8=328 opções.