

ESCOLA TÉCNICA ESTADUAL VISCONDE DE MAUÁ

DISCIPLINA: MATEMÁTICA

2ª Lista de Exercícios do 1º ano – Diurno – Médio Integrado

Curso Eletrônica, Mecânica e Eletromecânica

Capítulo 2- Trigonometria no ciclo trigonométrico e Funções circulares

PARA PENSAR E RESOLVER

1-O que é 1 rad?

2-Quantos radianos tem o ângulo de uma volta?

3-Ache, em radianos, as medidas dos ângulos em graus. Dê respostas exatas (em função de π) e aproximadas, usando $\pi \cong 3,14$:

- a) 60°
- b) 150°
- c) 240°
- d) 315°

4- Usando $\pi \cong 3,14$, ache em graus, e em valores inteiros, a medida dos ângulos dados em radianos:

- a) $\frac{1}{4}$ rad
- b) $\frac{\pi}{4}$ rad
- c) $\frac{5\pi}{3}$ rad
- d) $\frac{\pi}{12}$ rad

5- Uma circunferência tem 5 cm de raio. Ache o comprimento de seu arco, correspondente a cada ângulo central dado abaixo: (Use $\pi \cong 3,14$)

- a) 2 rad
- b) 180°
- c) $\frac{\pi}{2}$ rad

6- Uma circunferência tem 5 cm de raio. Calcule a medida do ângulo central, em graus e em radianos, correspondente aos arcos abaixo. Use $\pi \cong 3,14$ e, na unidade graus, dê suas respostas com números inteiros:

- a) 15,7 cm
- b) 6,28 cm

7- Uma roda-gigante tem raio igual a 10m. Determine quanto percorre, em metros, uma pessoa que deu:

- a) uma volta;
- b) dez voltas.

8- Sabendo que $\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \cong 0,7$ e $\cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \cong 0,7$, desenhe numa circunferência trigonométrica os arcos de 135° , 225° e 315° e descubra um valor aproximado de:

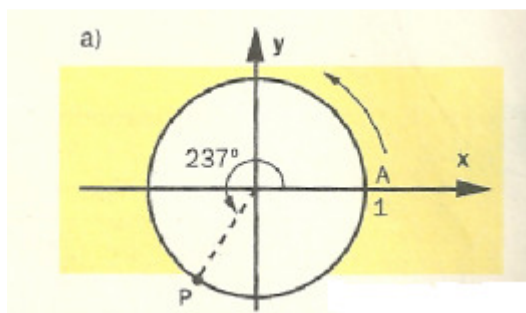
- a) $\sin 135^\circ$ e $\cos 135^\circ$;
- b) $\sin 225^\circ$ e $\cos 225^\circ$;
- c) $\sin 315^\circ$ e $\cos 315^\circ$.

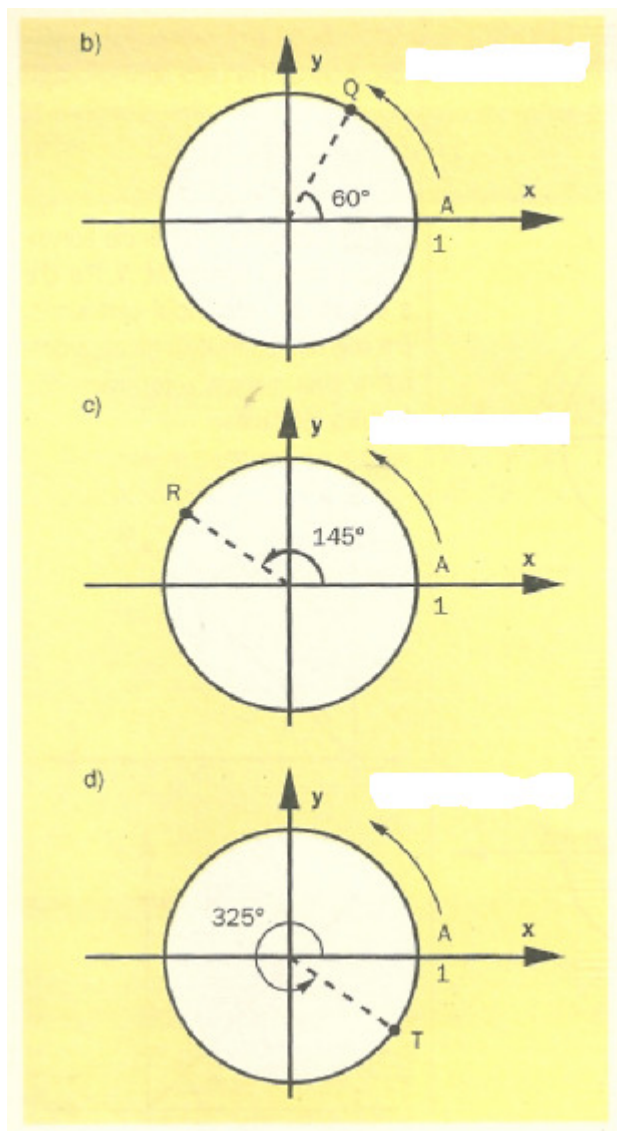
9- Consulte a tabela trigonométrica e desenhe, num ciclo trigonométrico, os arcos de 100° , 200° e 300° para obter um valor aproximado de:

- a) $\sin 100^\circ$ e $\cos 100^\circ$;
- b) $\sin 200^\circ$ e $\cos 200^\circ$;
- c) $\sin 300^\circ$ e $\cos 300^\circ$.

10- Desenhe um arco de $\frac{7\pi}{6}$ rad numa circunferência trigonométrica. A seguir, transforme a medida do arco em graus e, consultando a tabela trigonométrica, descubra um valor aproximado de $\sin \frac{7\pi}{6}$ rad e de $\cos \frac{7\pi}{6}$ rad.

11- Usando a tabela, descubra um valor aproximado das coordenadas dos pontos P, Q, R e T, indicados nas circunferências trigonométricas abaixo:





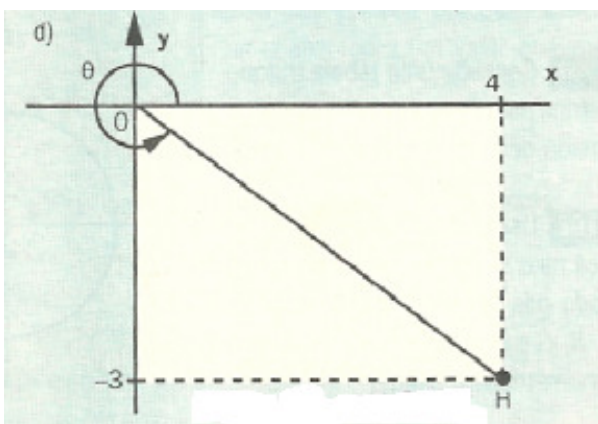
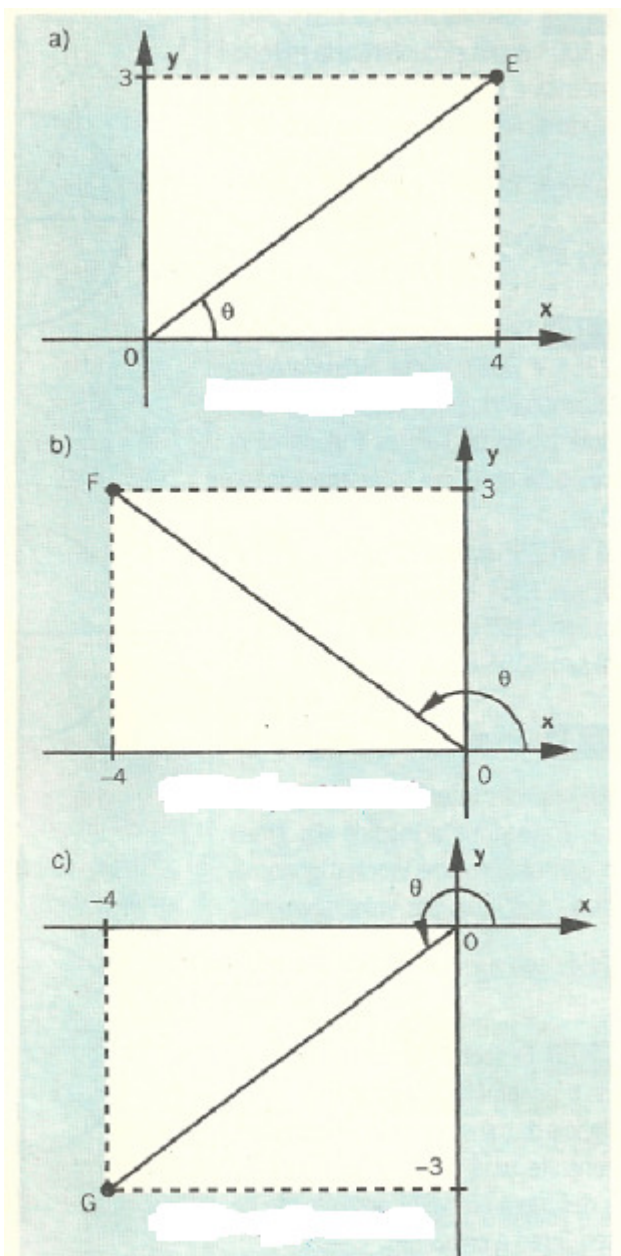
12- Desenhe, numa circunferência trigonométrica, um arco de 2 rad. Depois transforme 2 rad em graus e, consultando a tabela trigonométrica descubra um valor aproximado de $\sin 2$ rad e de $\cos 2$ rad.

13- Seja θ a medida de um arco com extremidade no 4º quadrante, isto é,

$270^\circ < \theta < 360^\circ$. Sabendo que $\sin \theta = \frac{5}{13}$, descubra o valor exato de $\cos \theta$. (Use a relação fundamental entre seno e cosseno de um arco.)

14- Determine, se existir, o valor do arco θ , tal que $\sin \theta = 2$.

15- Considere, num referencial cartesiano, os pontos $E(4,3)$, $F(-4, 3)$, $G(-4, -3)$ e $H(4, -3)$. Consultando a tabela, dê a distância exata de cada ponto à origem e uma medida aproximada do ângulo indicado:



16- Desenhe numa circunferência os arcos de 150° , 210° e 330° . Sabendo que

$\operatorname{tg} 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3} \cong 0,58$, descubra o valor de:

- a) $\operatorname{tg} 150^\circ$
- b) $\operatorname{tg} 210^\circ$
- c) $\operatorname{tg} 330^\circ$

17- Numa circunferência trigonométrica, desenhe um arco de 100° . A seguir, consulte a tabela trigonométrica e dê um valor aproximado de $\operatorname{tg} 100^\circ$. Depois desenhe AT no eixo das tangentes, tal que $\operatorname{tg} 100^\circ = AT$.

18- Desenhe um arco de $\frac{2\pi}{3}$ rad numa circunferência trigonométrica. Depois achar a medida do arco em graus, descubra um valor aproximado de $\operatorname{tg} \frac{2\pi}{3}$ rad. Consulte a tabela trigonométrica.

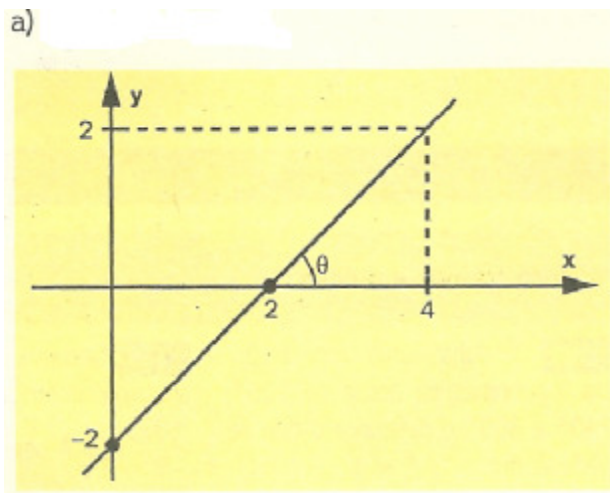
19- Usando a tabela trigonométrica, descubra um valor aproximado de $\operatorname{tg} 70^\circ$, $\operatorname{tg} 110^\circ$, $\operatorname{tg} 250^\circ$ e $\operatorname{tg} 290^\circ$.

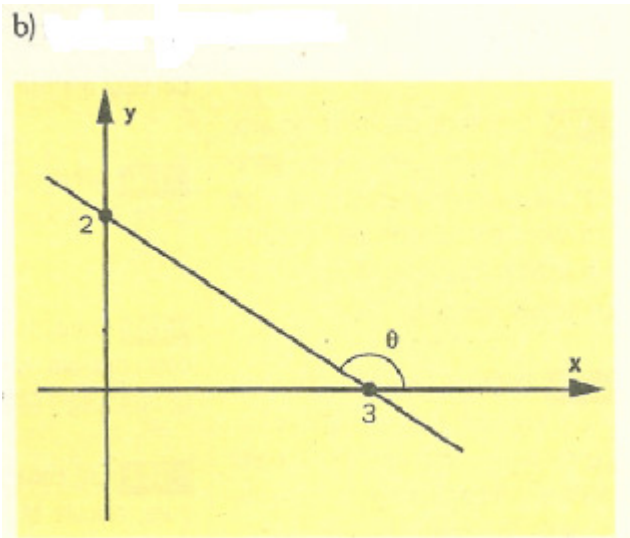
20- Ache um valor aproximado de $\operatorname{tg} 2$ rad, consultando a tabela trigonométrica.

21- Observe a figura abaixo e, a partir dela, dê um valor aproximado de:

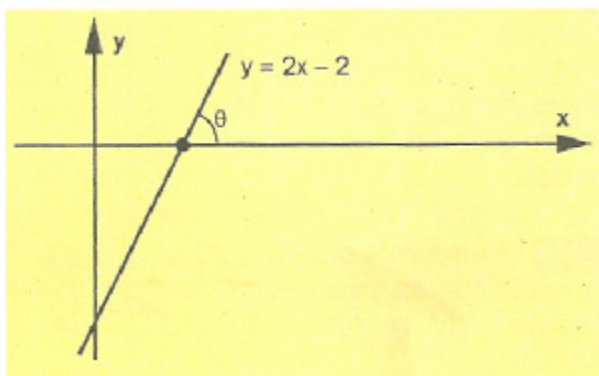
- a) $\operatorname{tg} 56^\circ$;
- b) $\operatorname{tg} 124^\circ$
- c) $\operatorname{tg} 236^\circ$
- d) $\operatorname{tg} 304^\circ$

22- Nos itens abaixo, observe a figura, calcule $\operatorname{tg} \theta$ e, consultando a tabela trigonométrica, ache em graus um valor aproximado de θ .

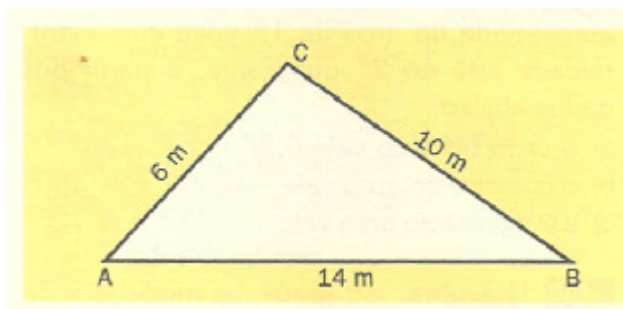




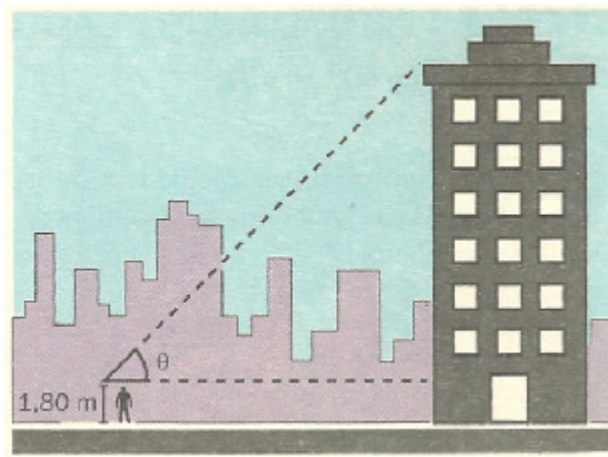
c)



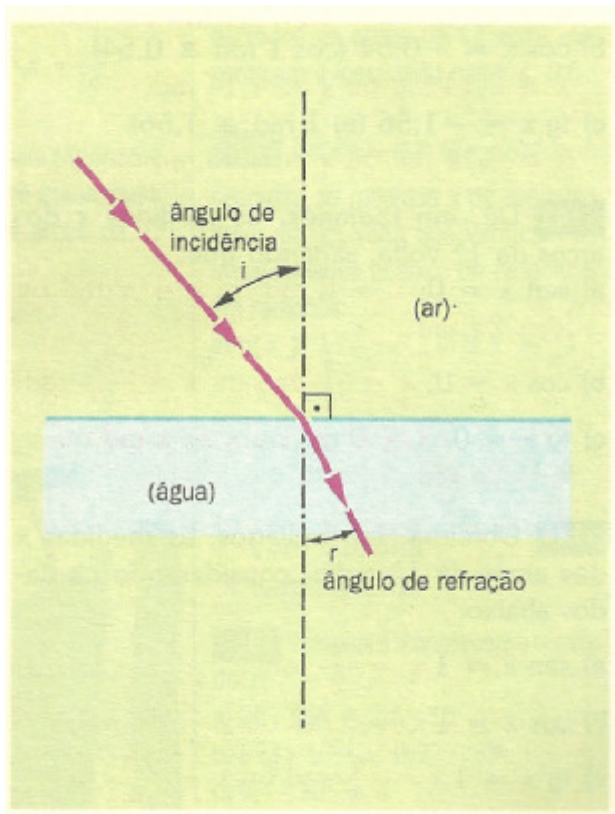
23- No triângulo abaixo, descubra a medida aproximada do ângulo C, aplicando o teorema dos cossenos.



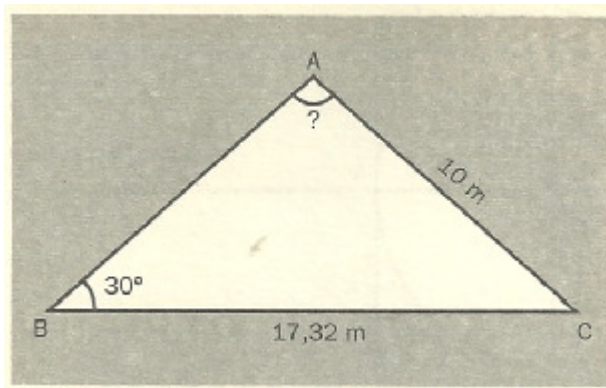
24- Uma pessoa de 1,80 m de altura observa um prédio de 21,80 m, a uma distância de 20 m. Descubra sob que ângulo, aproximadamente, ela vê o terraço do prédio.



25- Descubra uma medida aproximada do ângulo de refração de um raio luminoso refletido na água. (Dados: índice de refração da água, 1,33; medida do ângulo de incidência, 42° ; $\frac{\text{sen } i}{\text{sen } r} = \text{índice de refração}$; $\text{sen } 42^\circ \cong 0,665$.)



26- Aplique o teorema dos senos e consulte a tabela trigonométrica para calcular uma medida aproximada do ângulo obtuso $\hat{A}$.



27- Ache, em graus, medidas aproximadas x dos arcos de 1ª volta, considerando os dados abaixo:

- a) $\text{sen } x = -0,8$ ($\text{sen } 53^\circ \cong 0,8$)
- b) $\cos x = -0,2$ ($\cos 78^\circ \cong 0,2$)
- c) $\text{tg } x = -3$ ($\text{tg } 72^\circ \cong 3$)

28- Descubra, em radianos, medidas aproximadas x dos arcos da 1ª volta, a partir dos dados abaixo:

- a) $\text{sen } x = -0,84$ ($\text{sen } 1 \text{ rad} \cong 0,84$)
- b) $\cos x = -0,54$ ($\cos 1 \text{ rad} \cong 0,54$)
- c) $\text{tg } x = -1,56$ ($\text{tg } 1 \text{ rad} \cong 1,56$)

29- Dê, em radianos, as medidas x dos arcos da 1ª volta, sabendo que:

- a) $\text{sen } x = 0$;
- b) $\cos x = 0$;
- c) $\text{tg } x = 0$.

30- Obtenha, em radianos, as medidas x dos arcos da 1ª volta, considerando os dados abaixo:

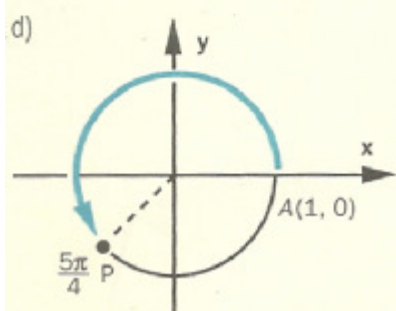
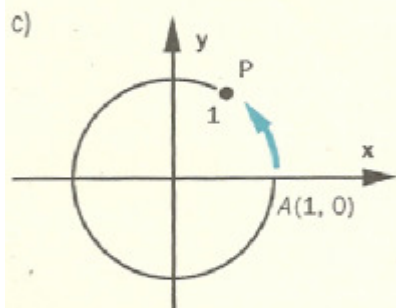
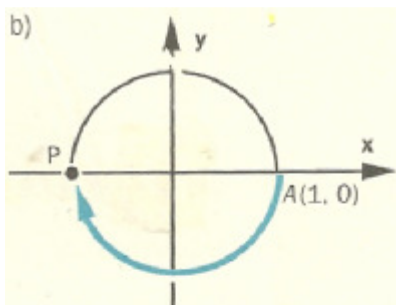
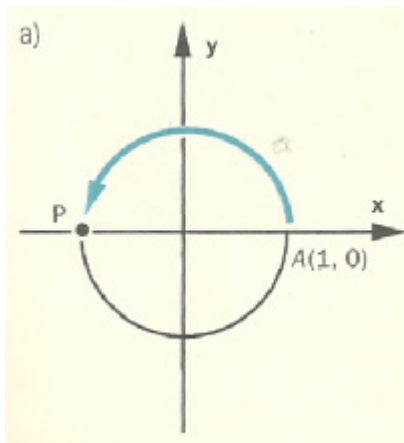
- a) $\text{sen } x = 1$
- b) $\cos x = 1$
- c) $\text{tg } x = 1$

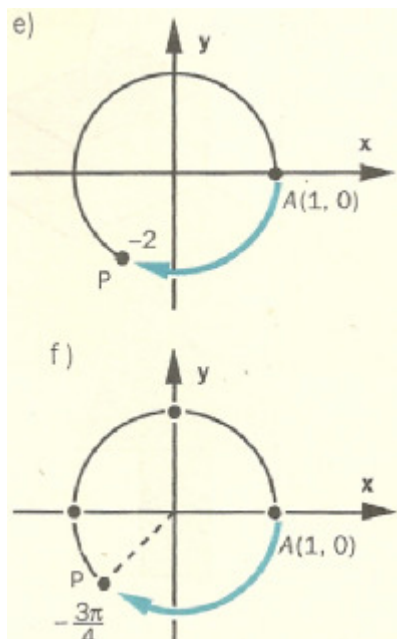
31- Descubra as medidas x dos arcos da 1ª volta, sabendo que $\text{sen}^2 x = \frac{1}{4}$. (Dados: $\text{sen } 30^\circ = 0,5$.)

32- Descubra quantas voltas completas dá, num ciclo trigonométrico, o arco correspondente a cada número real:

- | | |
|----------------------|-----------------------|
| a) -15π | d) $\frac{21\pi}{2}$ |
| b) $-\frac{7\pi}{3}$ | e) $-\frac{15\pi}{4}$ |
| c) $\frac{13\pi}{6}$ | f) 400π |

33- Escreva a expressão que dá os infinitos números reais representados pelo ponto P, dado numa circunferência trigonométrica:





34- Uma circunferência tem raio de 1 cm. Ache o comprimento do seu arco, para cada ângulo central correspondente indicado:

- a) 1 radiano
- b) 2 radianos
- c) 4,5 radianos
- d) 6 radianos

35- O que você conclui, observando a medida dos ângulos e dos arcos correspondentes do exercício anterior?

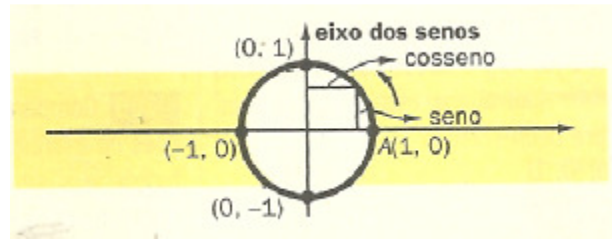
36- Esboce o gráfico da função $y = \sin x$, com $x \in [0, 2\pi]$, a partir de uma tabela de duplas (x, y) , tendo os seguintes valores de x : $0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}$ e 2π . Observando o gráfico, dê:

- a) domínio e conjunto imagem;
- b) valores máximo e mínimo;
- c) intervalos de x nos quais a função é crescente, decrescente, positiva e negativa;
- d) valores de x , para $\sin x = 0$

37- Observando a circunferência trigonométrica abaixo, descubra em que quadrantes a função seno é:

- a) positiva
- b) negativa

- c) crescente;
- d) decrescente.



38- Faça um esboço do gráfico de cada uma das funções abaixo, a partir de uma tabela de duplas (x, y) , atribuindo os seguintes valores para x : $0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}$ e 2π :

- a) $y = 1 + \sin x$, com $x \in [0, 2\pi]$
- b) $y = -2 + \sin x$, com $x \in [0, 2\pi]$

39- Compare os gráficos das funções do exercício anterior com o da função $y = \sin x$, sendo $x \in [0, 2\pi]$. Qual é a diferença entre eles?

40- Num único referencial cartesiano, faça um esboço dos gráficos das seguintes funções $y = \sin x$, com $x \in [0, 2\pi]$ e $y = 2 - x$. A partir desses gráficos, descubra um valor aproximado de x , sabendo que $\sin x = 2 - x$.

41- Quantas soluções reais tem a equação $\left(\frac{1}{2}\right)^x = \sin x$, com $x \in [0, 2\pi]$?

42- Na função $y = 20 + 5 \cdot \sin x$, com $x \in [0, 2\pi]$, determine os valores máximo e mínimo de y .

43- *Cossecante* de um número real x é, por definição, o inverso de seno de x , desde que seno de x seja diferente de zero. Indica-se: $\operatorname{cossec} x = \frac{1}{\sin x}$, com $\sin x \neq 0$.

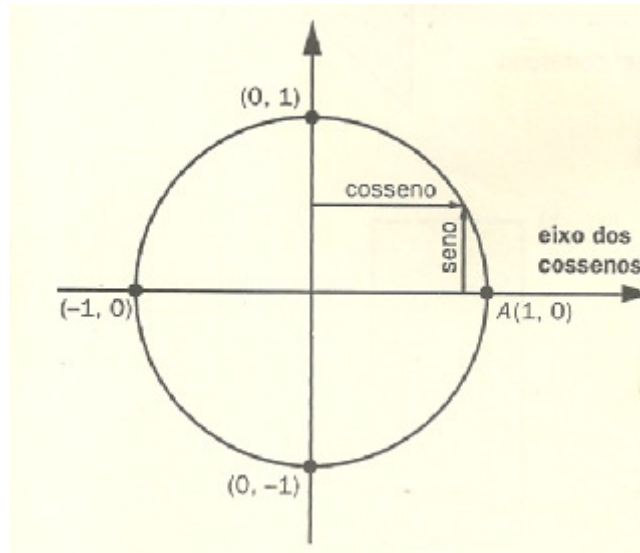
- a) Calcule $\operatorname{cossec} \frac{\pi}{2}$ e $\operatorname{cossec} \frac{\pi}{6}$
- b) Existe x para $\operatorname{cossec} x = 0,5$?

44- Faça um esboço do gráfico da função $y = \cos x$, com $x \in [0, 2\pi]$, a partir de uma tabela de duplas (x, y) . Utilize os seguintes valores para x : $0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}$ e 2π . Observe esse gráfico e descubra:

- a) domínio e conjunto imagem;
- b) valores máximo e mínimo;
- c) intervalos de x para os quais a função é positiva, negativa, crescente e decrescente;
- d) valores de x para $\cos x = 0$.

45- Observe a circunferência trigonométrica abaixo e descubra em que quadrantes a função cosseno é:

- a) positiva;
- b) negativa;
- c) crescente;
- d) decrescente.



46- Observe na página 122 o gráfico da função $y = \cos x$, com $x \in [0, 2\pi]$ e assinale abaixo os intervalos em que essa função é sempre crescente:

- | | |
|-------------|-------------|
| a) $[0, 1]$ | d) $[3, 4]$ |
| b) $[1, 2]$ | e) $[4, 5]$ |
| c) $[2, 3]$ | f) $[5, 6]$ |

47- Faça um esboço do gráfico de cada uma das funções abaixo, a partir de uma tabela de duplas (x, y) . Considere os seguintes valores para x : $0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}$ e 2π :

a) $y = 1 + \cos x$, com $x \in [0, 2\pi]$

b) $y = -2 + \cos x$, com $x \in [0, 2\pi]$

48- Compare os gráficos das funções do exercício anterior com o da função $y = \cos x$, com $x \in [0, 2\pi]$. Qual é a diferença entre eles?

49- Quantas soluções reais tem a equação $\log x = \cos x$, com $x \in [0, 2\pi]$?

50- Na função $y = 10 + 7 \cdot \cos x$, com $x \in [0, 2\pi]$, descubra os valores máximo e mínimos de y .

51- Num mesmo referencial cartesiano, faça um esboço dos gráficos das funções $y = \cos x$, com $x \in [0, 2\pi]$ e $y = x$. A partir desses gráficos, descubra um valor aproximado de x , sendo $\cos x = x$.

52- *Secante* de um número real x é definida como o inverso de cosseno de x , desde que $\cos x$ seja diferente de zero. Indica-se:

$$\sec x = \frac{1}{\cos x}, \text{ com } x \neq 0.$$

- a) Calcule $\sec \frac{\pi}{3}$ e $\sec 0$.
- b) Existe x , sendo $\sec x = 0,5$?

53- Descubra os valores reais de x , tais que:

- a) $\sin x = 0$
- b) $\sin x = -1$

54- Resolva cada equação abaixo, sendo que $x \in R$:

- a) $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ (Dado: $\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$)
- b) $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ (Dado: $\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$)

55- Resolva as equações abaixo, sendo que $x \in R$:

- a) $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ (Dado: $\cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$)
- c) $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ (Dado: $\cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$)

RESOLUÇÃO DOS EXERCÍCIOS

1- Radiano é a medida do ângulo central da circunferência, cujos lados determinam sobre a circunferência um arco de comprimento igual ao raio.

2- $2\pi \text{ rad}$

3- a) $60^\circ = \frac{\pi}{3} \text{ rad} \cong 1,05 \text{ rad}$

c) $150^\circ = \frac{5\pi}{6} \text{ rad} \cong 2,62 \text{ rad}$

d) $240^\circ = \frac{4\pi}{3} \text{ rad} \cong 4,19 \text{ rad}$

e) $315^\circ = \frac{7\pi}{4} \text{ rad} \cong 5,50 \text{ rad}$

4- a) $180^\circ \text{ } \underline{\hspace{1cm}} \pi \text{ rad}$

x $\text{ } \underline{\hspace{1cm}} \frac{1}{4} \text{ rad}$

Logo, $x \cong 14^\circ$.

b) $\frac{\pi}{4} \text{ rad} = \frac{180^\circ}{4} = 45^\circ$

c) $\frac{5\pi}{3} \text{ rad} = \frac{5 \cdot 180^\circ}{3} = 300^\circ$

d) $\frac{\pi}{12} \text{ rad} = \frac{180^\circ}{12} = 15^\circ$

5- a) $1 \text{ rad } \underline{\hspace{1cm}} 5 \text{ cm}$

$2 \text{ rad } \underline{\hspace{1cm}} x$

Portanto, $x = 10 \text{ cm}$

b) $180^\circ = \pi \text{ rad } \underline{\hspace{1cm}} x$

$1 \text{ rad } \underline{\hspace{1cm}} 5 \text{ cm}$

Portanto, $x \cong 15,7 \text{ cm}$

c) $1 \text{ rad } \underline{\hspace{1cm}} 5 \text{ cm}$

$\frac{\pi}{2} \text{ rad } \underline{\hspace{1cm}} x$

Portanto, $x \cong 7,85 \text{ cm}$.

6-

a) $1 \text{ rad } \underline{\hspace{1cm}} 5 \text{ cm}$

x $\underline{\hspace{1cm}} 15,7 \text{ cm}$

Portanto, $x \cong 3,14 \text{ cm}$.

$$\begin{array}{rcl} 180^\circ & \text{_____} & \pi \text{ rad} \\ x & \text{_____} & 3,14 \text{ cm} \end{array}$$

Logo, $x \cong 180^\circ$

$$\begin{array}{rcl} \text{b) } 1 \text{ rad} & \text{_____} & 5 \text{ cm} \\ x & \text{_____} & 6,28 \text{ cm} \end{array}$$

Portanto, $x \cong 1,256 \text{ rad}$.

$$\begin{array}{rcl} 180^\circ & \text{_____} & \pi \text{ rad} \\ x & \text{_____} & 1,256 \text{ rad} \end{array}$$

Logo, $x \cong 72^\circ$

7- $r = 10 \text{ m}$

$$\begin{array}{l} \text{a) } C = 2\pi r = 2\pi \cdot 10 \cong 62,8 \text{ m} \\ \text{b) } C \cong 10 \cdot 6,28 \cong 62,8 \text{ m} \end{array}$$

$$\text{8-a) } \begin{cases} \text{sen } 135^\circ = \text{sen } 45^\circ \cong 0,7 \\ \cos 135^\circ = -\cos 45^\circ \cong -0,7 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} \text{sen } 225^\circ = -\text{sen } 45^\circ \cong -0,7 \\ \cos 225^\circ = -\cos 45^\circ \cong -0,7 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} \text{sen } 315^\circ = -\text{sen } 45^\circ \cong -0,7 \\ \cos 315^\circ = \cos 45^\circ \cong 0,7 \end{cases}$$

9-

$$\text{a) } \begin{cases} \text{sen } 100^\circ = \text{sen } 80^\circ \cong 0,98 \\ \cos 100^\circ = -\cos 80^\circ \cong -0,17 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} \text{sen } 200^\circ = -\text{sen } 20^\circ \cong -0,34 \\ \cos 200^\circ = -\cos 20^\circ \cong -0,94 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} \text{sen } 300^\circ = -\text{sen } 60^\circ \cong -0,86 \\ \cos 300^\circ = \cos 60^\circ = 0,5 \end{cases}$$

10-

$$\frac{7\pi}{6} \text{ rad} = \frac{7 \cdot 180^\circ}{6} = 210^\circ$$

$$\operatorname{sen} \frac{7\pi}{6} \operatorname{rad} = \operatorname{sen} 210^\circ = -\operatorname{sen} 30^\circ = -0,5$$

$$\cos \frac{7\pi}{6} \operatorname{rad} = \cos 210^\circ = -\cos 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2} \cong -0,86$$

$$11- \text{a)} \quad x = \cos 237^\circ = -\cos 57^\circ \cong -0,54$$

$$y = \operatorname{sen} 237^\circ = -\operatorname{sen} 57^\circ \cong -0,84$$

Portanto, $P(-0,54; -0,84)$.

$$\text{b)} \quad x = \cos 60^\circ = 0,5$$

$$y = \operatorname{sen} 60^\circ \cong 0,86$$

Portanto, $Q(0,5; 0,86)$.

$$\text{c)} \quad x = \cos 145^\circ = -\cos 55^\circ \cong -0,82$$

$$y = \operatorname{sen} 145^\circ = \operatorname{sen} 55^\circ \cong 0,57$$

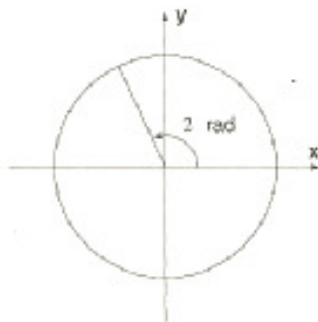
Logo, $R(-0,82; 0,57)$

$$\text{d)} \quad x = \cos 325^\circ = \cos 35^\circ \cong 0,82$$

$$y = \operatorname{sen} 325^\circ = -\operatorname{sen} 35^\circ \cong -0,57$$

Logo, $T(0,82; -0,57)$

12-



$$\pi \operatorname{rad} \text{ --- } 180^\circ$$

$$2 \operatorname{rad} \text{ --- } x$$

Logo, $x \cong 115^\circ$

Assim:

$$\operatorname{sen} 2 \operatorname{rad} \cong \operatorname{sen} 115^{\circ} = \operatorname{sen} 65^{\circ} \cong 0,9$$

$$\cos 2 \operatorname{rad} \cong \cos 115^{\circ} = -\cos 65^{\circ} \cong -0,42$$

$$13- \theta \in 4^{\circ}Q$$

Logo:

$$\operatorname{sen}^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \Rightarrow \left(-\frac{5}{13}\right)^2 + \cos^2 \theta = 1$$

$$\text{Portanto, } \cos \theta = \frac{12}{13}$$

$$14- \text{Não existe } \theta \text{ tal que } \operatorname{sen} \theta = 2$$

$$15- \text{a) } OE^2 = 4^2 + 3^2 \Rightarrow OE = 5$$

Logo:

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{3}{4} = 0,75 \cong 37^{\circ}$$

$$\text{b) } OF^2 = 4^2 + 3^2 \Rightarrow OF = 5$$

Logo:

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{3}{-4} = -0,75 \Rightarrow \theta \cong 143^{\circ}$$

$$\text{c) } OG^2 = 4^2 + 3^2 \Rightarrow OG = 5$$

Logo:

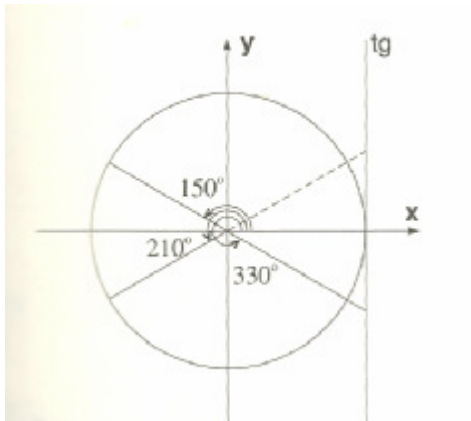
$$\operatorname{tg} \theta = \frac{-3}{-4} = 0,75 \Rightarrow \theta \cong 180^{\circ} + 37^{\circ} \cong 217^{\circ}$$

$$\text{d) } OH = 5$$

Logo:

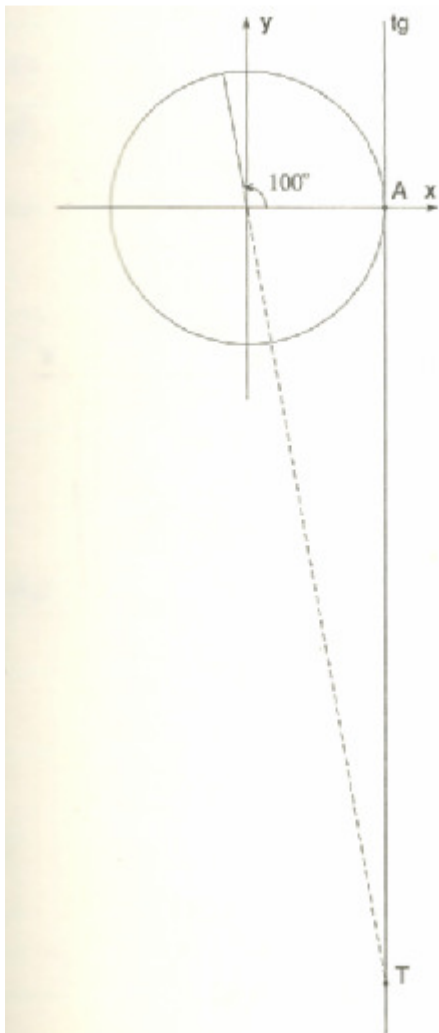
$$\operatorname{tg} \theta = -0,75 \Rightarrow \theta \cong 360^{\circ} - 37^{\circ} \cong 323^{\circ}$$

$$16-$$



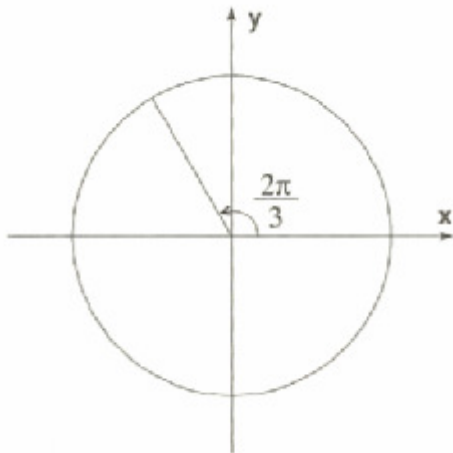
- a) $tg\ 150^\circ = -tg30^\circ \cong -0,58$
- b) $tg\ 210^\circ = tg30^\circ \cong 0,58$
- c) $tg\ 330^\circ = -tg30^\circ \cong -0,58$

17-



$$tg\ 100^\circ = -tg80^\circ \cong -5,67$$

18-



$$\operatorname{tg} \frac{2\pi}{3} \operatorname{rad} = \operatorname{tg} 120^\circ \cong -1,73$$

19- $\operatorname{tg} 70^\circ \cong 2,75$

$$\operatorname{tg} 110^\circ = -\operatorname{tg} 70^\circ \cong -2,75$$

$$\operatorname{tg} 250^\circ = \operatorname{tg} 70^\circ \cong 2,75$$

$$\operatorname{tg} 290^\circ = -\operatorname{tg} 70^\circ \cong -2,75$$

20-

$$\pi \operatorname{rad} \underline{\hspace{1cm}} 180^\circ$$

$$2 \operatorname{rad} \underline{\hspace{1cm}} x$$

Logo, $x \cong 114^\circ$

$$\operatorname{tg} 2 \operatorname{rad} \cong \operatorname{tg} 114^\circ = -\operatorname{tg} 66^\circ \cong -2,25$$

21-

a) $\operatorname{tg} 56^\circ \cong 1,5$

b) $\operatorname{tg} 124^\circ \cong -1,5$

c) $\operatorname{tg} 236^\circ \cong 1,5$

d) $\operatorname{tg} 304^\circ \cong -1,5$

22-

a) $\operatorname{tg} \theta = \frac{2}{2} = 1 \Rightarrow \theta = 45$

b) $\operatorname{tg} \theta = \frac{-2}{3} \Rightarrow \theta \cong 147^\circ$

c) $\operatorname{tg} \theta = 2 \Rightarrow \theta \cong 64^\circ$

23-

$$14^2 = 6^2 + 10^2 - 2 \cdot 6 \cdot 10 \cdot \cos C \Rightarrow C = 120^\circ$$

24-

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{20}{20} = 1 \Rightarrow \theta = 45^\circ$$

25-

$$\frac{\operatorname{sen} i}{\operatorname{sen} r} = 1,33 \Rightarrow \operatorname{sen} r = \frac{0,665}{1,3} \cong 0,5$$

Portanto, $r \cong 30^\circ$.

26-

$$\frac{17,32}{\operatorname{sen} A} = \frac{10}{\operatorname{sen} 30^\circ} \Rightarrow \operatorname{sen} A \cong 0,866$$

Como $\hat{A}$ é obtuso, então $A \cong 120^\circ$

27-

$$\text{a) } \operatorname{sen} x = -0,8 \Rightarrow \begin{cases} x \cong 180^\circ + 53^\circ \cong 233^\circ \\ \text{ou} \\ x \cong 360^\circ - 53^\circ \cong 307^\circ \end{cases}$$

$$\text{b) } \cos x = -0,2 \Rightarrow \begin{cases} x \cong 180^\circ - 78^\circ \cong 102^\circ \\ \text{ou} \\ x \cong 180^\circ + 78^\circ \cong 258^\circ \end{cases}$$

$$\text{c) } \operatorname{tg} x = -3 \Rightarrow \begin{cases} x \cong 180^\circ - 72^\circ \cong 108^\circ \\ \text{ou} \\ x \cong 360^\circ - 72^\circ \cong 288^\circ \end{cases}$$

28-

$$\text{a) } \operatorname{sen} x = -0,84 \Rightarrow \begin{cases} x \cong \pi + 1 \cong 4,14 \text{ rad} \\ \text{ou} \\ x \cong 2\pi - 1 \cong 5,28 \text{ rad} \end{cases}$$

$$\text{b) } \cos x = -0,54 \quad \Rightarrow \begin{cases} x \cong \pi - 1 \cong 2,14 \text{ rad} \\ \text{ou} \\ x \cong \pi + 1 \cong 4,14 \text{ rad} \end{cases}$$

$$\text{c) } \operatorname{tg} x = -1,56 \quad \Rightarrow \begin{cases} x \cong \pi - 1 \cong 2,14 \text{ rad} \\ \text{ou} \\ x \cong 2\pi - 1 \cong 5,28 \text{ rad} \end{cases}$$

29-

$$\text{a) } \operatorname{sen} x = 0 \quad \Rightarrow x = 0 \text{ rad ou } x = \pi \text{ rad ou } x = 2\pi \text{ rad}$$

$$\text{b) } \cos x = 0 \quad \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} \text{ rad ou } x = \frac{3\pi}{2} \text{ rad}$$

$$\text{c) } \operatorname{tg} x = 0 \quad \Rightarrow x = 0 \text{ rad ou } x = \pi \text{ rad ou } x = 2\pi \text{ rad}$$

30-

$$\text{a) } \operatorname{sen} x = 1 \quad \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

$$\text{b) } \cos x = 1 \quad \Rightarrow x = 0 \text{ rad ou } x = 2\pi \text{ rad}$$

$$\text{c) } \operatorname{tg} x = 1 \quad \Rightarrow x = \frac{\pi}{4} \text{ rad ou } x = \frac{5\pi}{4} \text{ rad}$$

31-

$$\operatorname{sen}^2 x = \frac{1}{4} \quad \Rightarrow \operatorname{sen} x = \pm \frac{1}{2}$$

Logo:

$$\begin{cases} \operatorname{sen} x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{\pi}{6} \text{ rad ou } x = \frac{5\pi}{6} \text{ rad} \\ \operatorname{sen} x = -\frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{7\pi}{6} \text{ rad ou } x = \frac{11\pi}{6} \text{ rad} \end{cases}$$

32-

$$\text{a) } -15\pi = 7 \cdot (-2\pi) - \pi$$

Assim, o arco dá sete voltas completas.

$$\text{b) } -\frac{7\pi}{3} = -2\pi - \frac{\pi}{3}$$

Logo, o arco dá uma volta completa.

$$c) \frac{13\pi}{6} = 2\pi + \frac{\pi}{6}$$

Portanto, o arco dá uma volta completa.

$$d) \frac{21\pi}{2} = 5 \cdot 2\pi + \frac{\pi}{2}$$

Assim, o arco dá cinco voltas completas.

$$e) -\frac{15\pi}{4} = -2\pi - \frac{7\pi}{4}$$

Portanto, o arco dá uma volta completa.

$$e) \quad 400\pi = 200 \cdot 2\pi$$

Logo, o arco dá duzentas voltas completas.

33-

$$a) \quad x = \pi + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

b) b)

$$b) x = -\pi + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$c) \quad x = 1 + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$d) \quad x = \frac{5\pi}{4} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$e) \quad x = -2 + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$f) \quad x = -\frac{3\pi}{4} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

34-

$$a) \quad C = 1 \text{ cm}$$

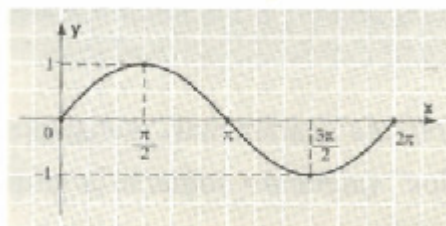
$$b) \quad C = 2 \text{ cm}$$

$$c) \quad C = 4,5 \text{ cm}$$

$$d) \quad C = 6 \text{ cm}$$

35-Tem o mesmo valor numérico.

36-



$$a) D = [0, 2\pi]; IM = [-1, 1].$$

b) 1 e -1

c) Crescente: $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ e $\left[\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right]$;

decrecente: $\left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$; positiva: $]0, \pi[$;

negativa: $]\pi, 2\pi[$

d) $x = 0$ ou $x = \pi$ ou $x = 2\pi$

37-

a) 1° e 2° quadrantes.

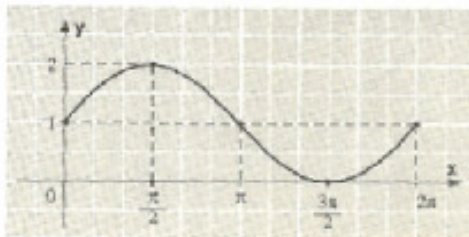
b) 3° e 4° quadrantes.

c) 1° e 4° quadrantes.

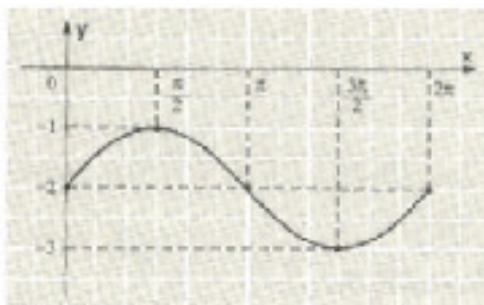
d) 2° e 3° quadrantes.

38-

a) $y = 1 + \sin x$

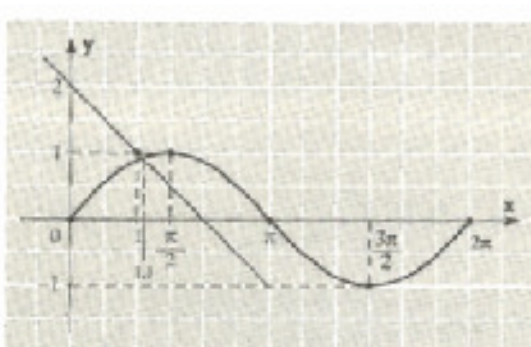


b) $y = -2 + \sin x$



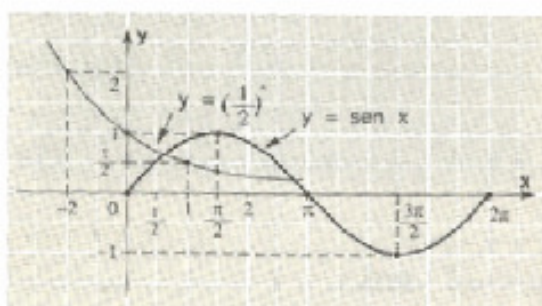
39-O primeiro gráfico sofreu uma translação de uma unidade para cima e o segundo, uma translação de duas unidades para baixo.

40-



$x \cong 1,1$

41-



Tem duas soluções reais.

42- Valor máximo para $\sin x = 1$: $y_{\max} = 25$

Valor mínimo para $\sin x = -1$: $y_{\min} = 15$

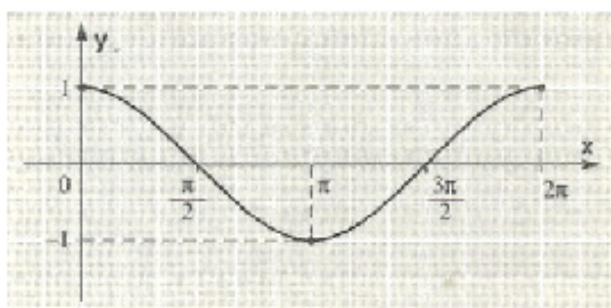
43-

$$\text{a) } \operatorname{cosec} \frac{\pi}{2} = \frac{1}{\sin \frac{\pi}{2}} = \frac{1}{1} = 1$$

$$\operatorname{cosec} \frac{\pi}{6} = \frac{1}{\sin \frac{\pi}{6}} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$$

b) não

44-



a) $\begin{cases} D = [0, 2\pi] \\ IM = [-1, 1] \end{cases}$

b) 1 e -1

c) Positiva: $\left]0, \frac{\pi}{2}\right[$ e $\left]\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right[$;

negativa: $\left]\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right[$; *crescente*: $[\pi, 2\pi]$ e *decrescente*: $[0, \pi]$.

d) $x = \frac{\pi}{2}$ ou $x = \frac{3\pi}{2}$

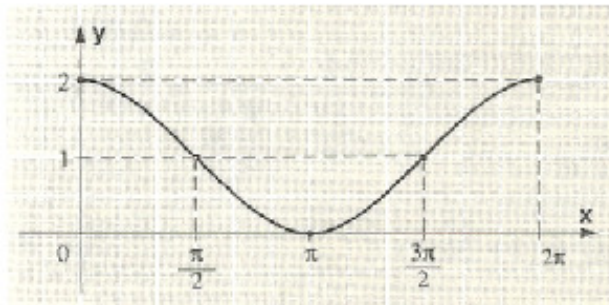
45-

- a) 1° e 4° quadrantes.
- b) 2° e 3° quadrantes.
- c) 3° e 4° quadrantes.
- d) 1° e 2° quadrantes.

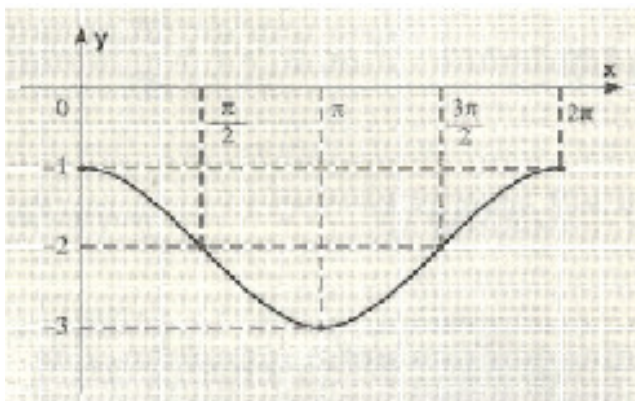
46- e e f

47-

a) $y = 1 + \cos x$

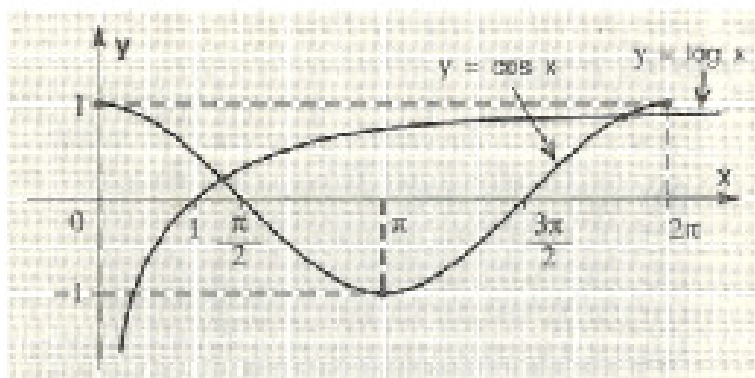


b) $y = -2 + \cos x$



48-O primeiro gráfico sofreu uma translação de uma unidade para cima e o segundo, uma translação de duas unidades para baixo.

49- $\log x = \cos x$



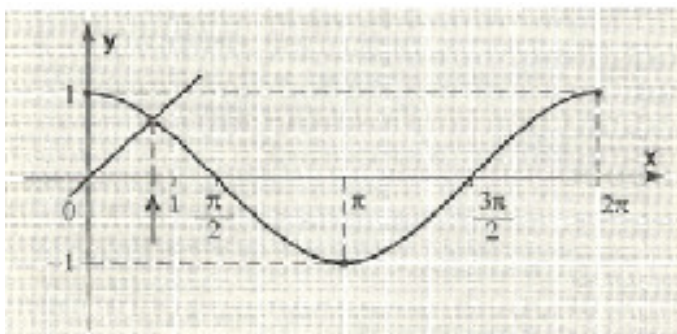
Logo, tem duas soluções reais.

50-

Valor máximo para $\cos x = 1 : y_{\max} = 17$

Valor mínimo para $\cos x = -1 : y_{\min} = 3$

51-



$x \cong 0,75$

52-

a) $\sec \frac{\pi}{3} = \frac{1}{\cos \frac{\pi}{3}} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$

$\sec 0 = \frac{1}{\cos 0} = \frac{1}{1} = 1$

b) não

53-

a) $\sin x = 0$

$$S = \{x \in \mathbb{R} \mid x = k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$$

b) $\sin x = -1$

$$S = \{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{3\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$$

54-

a) $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$$S = \{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{\pi}{4} + 2k\pi \text{ ou } x = \frac{3\pi}{4} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$$

b) $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

$$S = \{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{4\pi}{3} + 2k\pi \text{ ou } x = \frac{5\pi}{3} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$$

55-

a) $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$$S = \{x \in \mathbb{R} \mid x = \pm \frac{\pi}{4} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$$

b) $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

$$S = \{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi \text{ ou } x = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$$