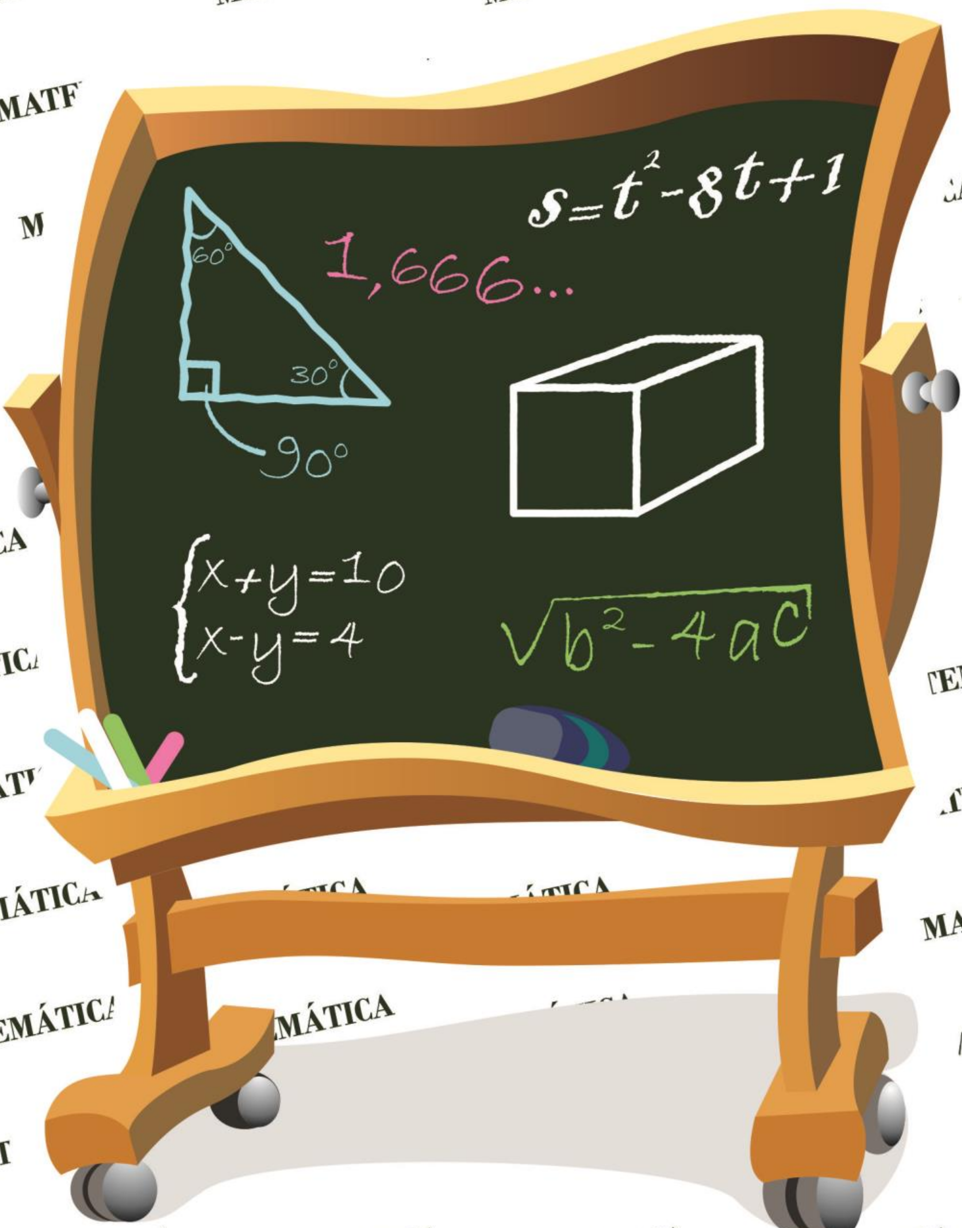
MATEMÁTICA



FAETEC
FUNDAÇÃO DE APOIO À ESCOLA TÉCNICA DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO

ETEVM
ESCOLA TÉCNICA ESTADUAL VISCONDE DE MAUÁ

GOVERNO DO Rio de Janeiro

1º ANO

2ª etapa

Função Logarítmica

COORDENAÇÃO

SERGIO LOPES RODRIGUES

Funções Logarítmicas

Considere a seguinte situação prática:

Numa operação bancária, o montante é dado por $\mathbf{M} = \mathbf{C}(\mathbf{1} + \mathbf{i})^{\mathbf{t}}$ em que ***C*** é o capital, ***i*** é a taxa de juros e ***t*** é o período de aplicação.

Se um capital de R$ 4 000,00 for aplicado a juros de 12% ao ano, após quanto tempo da aplicação será obtido o montante de R$ 10 000,00?

Solução:

De acordo com os dados acima, temos:

$M = C(1 + i)^t$, $C = 4\ 000$, $i = 12\% = 0{,}12$ e $M = 10\ 000{,}00$.

Substituindo cada valor na expressão $M = C(1 + i)^t$, teremos:

$10000 = 4000(1 + 0{,}12)^t \Rightarrow 10000 = 4000(1{,}12)^t \Rightarrow 10000 = 4000 \times 1{,}12^t \Rightarrow$

$1{,}12^t = \dfrac{10\ 000}{4\ 000} \Rightarrow 1{,}12^t = 3000$

E agora, como resolver esta equação?

É certo que se trata de uma equação exponencial. Porém, não é possível resolvê-la, pois os dois membros da igualdade são diferentes, isto é, os dois membros da equação não são bases iguais.

Assim, para determinar **t** com maior aproximação, devemos conhecer um novo assunto matemático denominado **logaritmo.**

Logaritmo

Considere a seguinte situação:

A que expoente devemos elevar o número 6 para obter o número 216?

Solução:

Para resolver esse exercício, vamos encontrar a equação exponencial que o traduz. Assim, basta determinar o valor de x da equação:

$$6^x = 216 \Rightarrow 6^x = 6^3 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow S = \{ 3 \}.$$

Vimos no exercício acima, que o expoente 3 é a solução procurada. Porém, conforme veremos adiante, teremos a necessidade de conhecer um novo assunto onde o 3 é denominado **logaritmo de 216 na base 6**, que se escreve da seguinte forma: $\log_6 216$

Tal estudo torna mais fácil a resolução de uma série de exercícios em que as bases são diferentes. Dessa forma, para resolvermos exercícios de exponencial onde as bases são diferentes, usaremos o estudo dos logaritmos que segue a definição abaixo:

Definição:

Sejam **a** e **b** números reais positivos, com a ≠ 1. Chama-se logaritmo de **b** na base **a** o expoente real **x** o qual se eleva **a** para obter **b**.

$$\log_a b = x \iff a^x = b, \text{com } a > 0, b > 0 \ e \ a \neq 1.$$

Da definição acima, temos:

x é o logaritmo ou logaritmo de b na base a.

b é o logaritmoando

a é a base do logaritmo

Essa operação em que se obtém o valor de x chama-se **logaritmação.**

Por exemplo na igualdade **$\log_3 9 = 2$**, temos que:

2 é o logaritmo.

3 é a base.

9 é o logaritmando.

Lê-se: logaritmo de 9 na base 3 é igual a 2.

Notemos também que $\log_a b$ só existe quando **a > 0, a ≠ 1 e b > 0,** pois tais restrições são necessárias para a condição de existência do logaritmo.

Exemplos:

a) Qual é o valor de $\log_1 100 = ?$

Solução:

Aplicando a definição de logaritmo, temos: $\log_1 100 = x \Leftrightarrow 1^x = 100$. Vemos que não é possível resolver tal equação, pois não existe nenhum número real positivo que ao elevar a base 1 tenha como resultado 100. Por este motivo a base deve ser **a ≠ 1**.

b) Qual é o valor de $\log_{-2} 8 = ?$

Solução:

Aplicando a definição de logaritmo, temos: $\log_{-2} 8 = x \Leftrightarrow (-2)^x = 8$. Vemos que não é possível resolver tal equação, pois não existe **x** real, tal que **$(-2)^x = 8$.** Por este motivo é que a base deve ser **a > 0.**

c) Qual é o valor de $\log_5(-25) = ?$

Solução:

Aplicando a definição de logaritmo, temos: $\log_5(-25) = x \Leftrightarrow 5^x = -25$. Vemos que não é possível resolver tal equação, pois não existe **x** real, tal que **$5^x = -25$.** Por este motivo é que o logaritmando deve ser positivo**(b > 0).**

OUTROS EXEMPLOS RESOLVIDOS

a) $\log_2 32$

Solução:

Chamando de ***x*** o valor procurado, temos por definição que:

$\log_2 32 = x \Rightarrow 2^x = 32 \Rightarrow 2^x = 2^5 \Rightarrow x = 5.$

Portanto, $\log_2 32 = 5$.

b) $\log_8 2$

Solução:

Chamando de **x** o valor procurado, temos por definição que:

$\log_8 2 = x \Rightarrow 8^x = 2 \Rightarrow (2^3)^x = 2^1 \Rightarrow 2^{3x} = 2^1 \Rightarrow 3x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{3}$

Portanto, $\log_8 2 = \frac{1}{3}$.

c) $\log_2 2 = x$

Solução:

Chamando de **x** o valor procurado, temos por definição que:

$\log_2 2 = x \Rightarrow 2^x = 2 \Rightarrow 2^x = 2^1 \Rightarrow x = 1$

Portanto, $\log_2 2 = 1$

d) $\log_{\frac{1}{5}} 1 = x$

Solução:

Chamando de x o valor procurado, temos por definição que:

$\log_{\frac{1}{5}} 1 = x \Rightarrow (\frac{1}{5})^x = 1 \Rightarrow (\frac{1}{5})^x = (\frac{1}{5})^0 \Rightarrow x = 0$

Portanto, $\log_{\frac{1}{5}} 1 = 0$

Propriedades dos logaritmos

- O logaritmo de 1 em qualquer base é sempre igual a zero.

$$\boxed{\log_a 1 = 0}$$

Ex.: $\log_2 1 = x \quad \Rightarrow \quad 1 = 2^x \quad \Rightarrow \quad x = 0$

- Quando a base e o logaritmando são iguais, o logaritmo é sempre igual a 1.

$$\boxed{\log_a a = 1}$$

Ex.: $\log_8 8 = x \quad \Rightarrow \quad 8^x = 8 \quad \Rightarrow \quad x = 1$

- Quando o logaritmando for uma potência da base, o logaritmo é o expoente do logaritmando.

$$\boxed{\log_a a^k = k}$$

Ex.: $\log_4 4^3 = x \quad \Rightarrow \quad 4^3 = 4^x \quad \Rightarrow \quad x = 3$

- A potência de base a e expoente $\log_a b$ é igual a b.

$$\boxed{a^{\log_a b} = b}$$

Ex.: $2^{\log_2 4} = x$

Considerando $\log_2 4 = y$, temos que $2^y = x$ e $2^y = 4$, então x = 4

- Dois logaritmos numa mesma base são iguais se e somente se os logaritmandos são iguais.

$$\boxed{\log_a b = \log_a c \quad \Leftrightarrow \quad b = c}$$

Ex.: $\log_2 x = \log_2 4 = \log_2 2^2 \Rightarrow \log_2 x = 2 \Rightarrow x = 2^2 = 4$

- Quando o logaritmando é o inverso da base o logaritmo é sempre igual a -1.

$$\boxed{\log_a \frac{1}{a} = -1}$$

Ex.: $\log_3 \frac{1}{3} = x \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{3} = 3^x \quad \Rightarrow \quad 3^{-1} = 3^x \quad \Rightarrow \quad x = -1$

Propriedades operatórias dos logaritmos

1) Logaritmo de um produto – o logaritmo de um produto de dois números é igual à soma dos logaritmos desses números.

$$\boxed{\log_a (a.b) = \log_a a + \log_a b}$$

Exemplo1: $\log_2 (64.8) = \log_2 64 + \log_2 8 = 6 + 3 = 9$

Exemplo 2: $\log_2 (16.4.8) = \log_2 16 + \log_2 4 + \log_2 8 = 4 + 2 + 3 = 9$

2) **Logaritmo de um quociente** – o logaritmo do quociente de dois números é igual à diferença entre o logaritmo do dividendo e o logaritmo do divisor.

$$\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$$

Ex.: $\log_2 \frac{64}{8} = \log_2 64 - \log_2 8 = 6 - 3 = 3$

3) **Logaritmo de uma potência** – o logaritmo de uma potência é igual ao produto do expoente da potência pelo logaritmo da base dessa potência.

$$\log_a b^n = n.\log_a b$$

Ex.: $\log_4 16^3 = 3.\log_4 16 = 3 . 2 = 6$

Caso particular

$$\log_a \sqrt[n]{b} = \log_a b^{\frac{1}{n}} \Rightarrow \frac{1}{n}.\log_a b$$

Ex.: $\log_3 \sqrt[5]{27} = \log_3 27^{\frac{1}{5}} = \frac{1}{5}.\log_3 27 = \frac{1}{5}.3 = \frac{3}{5}$

Mudança de base

Dado $\log_a b$, para transformá-lo em logaritmo de base c, basta obtermos o quociente do $\log_c b$ por $\log_c a$.

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

Ex.: Passar $log_{64} 8$ para base 2.

$$\log_{64}8 = \frac{\log_2 8}{\log_2 64} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Sistema de logaritmos

É o conjunto de todos os logaritmos numa mesma base.

I – Sistema de logaritmos decimais – é o sistema de base 10.

Indica-se: $\boxed{\log_{10}x \text{ ou } \log x}$

Ex.: a) $\log_{10}12 = \log 12$

b) $\log_{10}b = \log b$

Caso particular

Logaritmo decimal de uma potência de 10 é igual ao expoente dessa potência.

Exemplos: a) $\log 1 = \log 10^0 = 0$

b) $\log 10 = \log 10^1 = 1$

c) $\log 100 = \log 10^2 = 2$

d) $\log 1000 = \log 10^3 = 3$

e) $\log 0{,}1 = \log 10^{-1} = -1$

f) $\log 0{,}0001 = \log 10^{-4} = -4$

II – Sistema de logaritmos neperianos – é o sistema de base **e** ou sistema de logaritmos naturais.

Indica-se: $\boxed{\log_e x \text{ ou } \ln x}$ onde $e = 2{,}718281 \ldots$

Ex.: a) $\log_e 5 = \ln 5$ b) $\log_e b = \ln b$

Para efetuar cálculos que envolvem logaritmos, podemos utilizar uma calculadora científica. Observe o uso de algumas teclas:

A tecla log serve para calcular o logaritmo na base 10. Para calcular log 32, digita-se 32 e aperta-se a tecla log . Assim, obtemos log 32 ≅ 1,5051.

A tecla 10^x serve para calcular o logaritmando de um logaritmo de base 10.

Para calcular **b** na expressão log **b** = 1,301, digita-se 1,301 e aperta-se em seguida a tecla 10^x . Assim, obtemos **b** ≅ 20.

Portanto, log **20** ≅ 1,301

Se o logaritmo estiver na base **e,** utilizamos a tecla ln .

Se o logaritmando se refere a um logaritmo neperiano, utilizamos a tecla e^x

Com o estudo de logaritmo, agora podemos concluir o exemplo prático sobre o crescimento populacional citado no capítulo anterior.

Em 1798, Thomas Malthus, no trabalho "An Essay on the Principle of Population" formulou um modelo para descrever a população presente em um ambiente em função do tempo. Considerou N = N(t) o número de indivíduos em certa população no instante t. Considerou as hipóteses de que os nascimentos e mortes naquele ambiente eram proporcionais à população presente e a variação do tempo conhecida entre os dois períodos. Chegou a seguinte equação para descrever a população presente em um instante t: **$N(t) = N_o\, e^{rt}$** Onde N_0 é a população presente no instante inicial $t = 0$ e r é uma constante que varia com a espécie de população.

Consideremos uma colônia de bactérias se reproduzindo normalmente. Se num certo instante havia 600 bactérias na colônia, passadas 12 horas havia 1800 bactérias. Quantas bactérias haverá na colônia após 30 horas da última contagem? (considere $\ln 3 = 1{,}01$ e $e^{3,54} = 34{,}5$)

Solução:

No instante inicial havia 600 bactérias, então $N_0 = 600$, após 12 horas havia 1800 bactérias, então:

$N(12) = 1800$. Substituindo esses valores na função **$N(t) = N_0\, e^{rt}$**, teremos:

$1800 = 600.e^{r12} \Rightarrow e^{12r} = \frac{1800}{600} \Rightarrow e^{12r} = 3$ Aplicando **ln** em ambos os lados da igualdade, teremos: $\ln e^{12r} = \ln\ 3$

Usando a propriedade $\mathbf{\log_a a^k = k}$, temos que:

$\ln e^{12r} = \log_e e^{12r} = 12r$, logo:

$12r = \ln\ 3$

Assim: $r = \frac{\ln\ 3}{12} = \frac{1{,}01}{12} = 0{,}084166$

Assim: $N(42) = 300.e^{42\times 0{,}084166} = 300.e^{3{,}54} = 300 \times 34{,}5 = 10350$

Então, após 30 horas da última contagem, ou seja, 42 horas do início da contagem, haverá **10350** bactérias.

Definição e representação gráfica de função logarítmica

Função logarítmica

Seja **a** um número real positivo e diferente de 1 (a > 0 e a ≠ 1).

Chamamos **função logarítmica** de base **a,** a função *f* : $R_+^* \to R$ definida por **f(x) = $\mathbf{\log_a x}$ ou y = $\mathbf{\log_a x}$**, para todo x $\in R_+^*$.

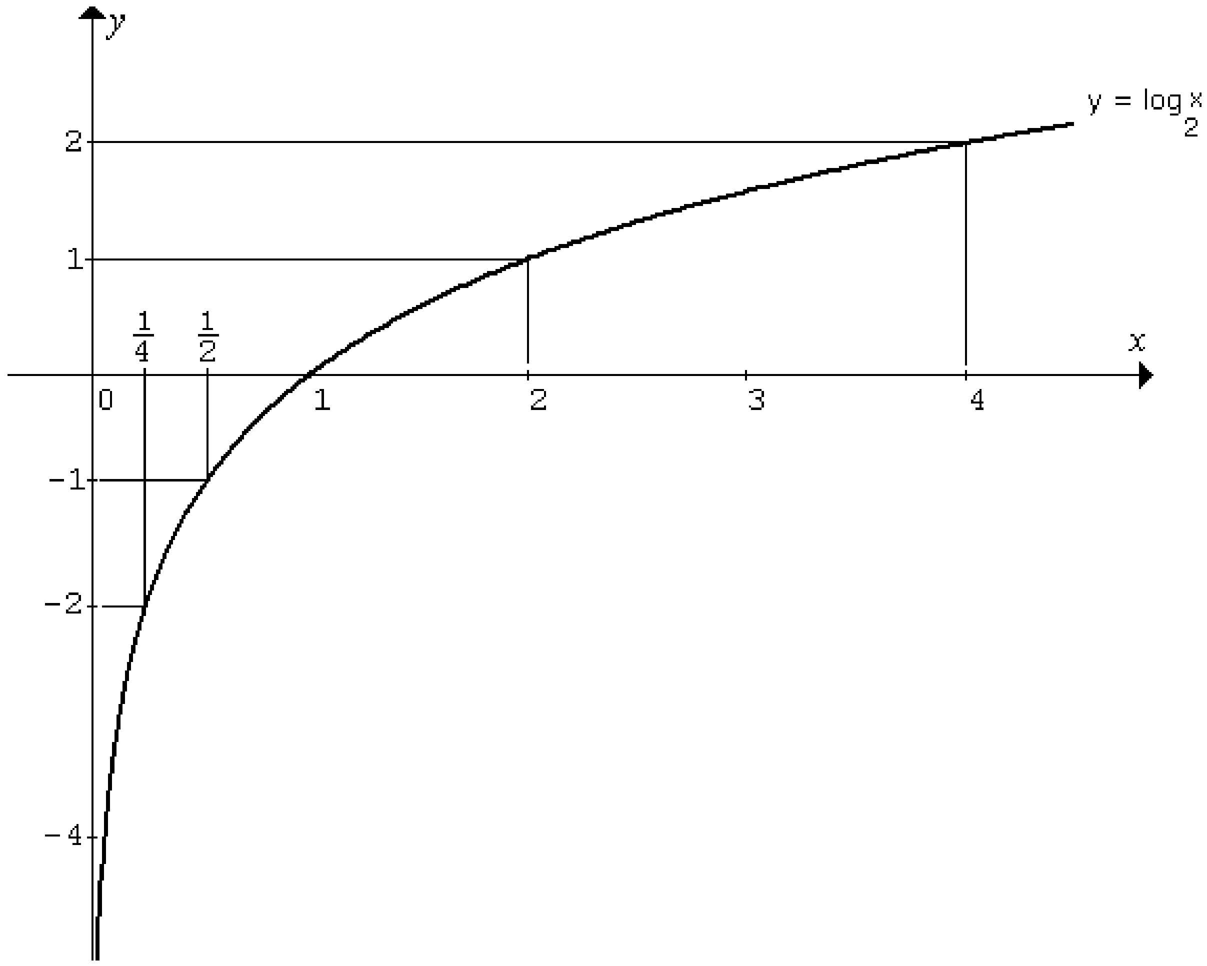
Analisemos a seguir as representações gráficas das funções logarítmicas através de dois exemplos, onde o primeiro possui a base **(a > 1)** e o segundo de base **(0 < a < 1),** pois são os dois únicos tipos possíveis de base.

Exemplo 1:

a) f(x) = $\log_2 x$

Fazendo uma tabela, podemos traçar o esboço gráfico de f(x)

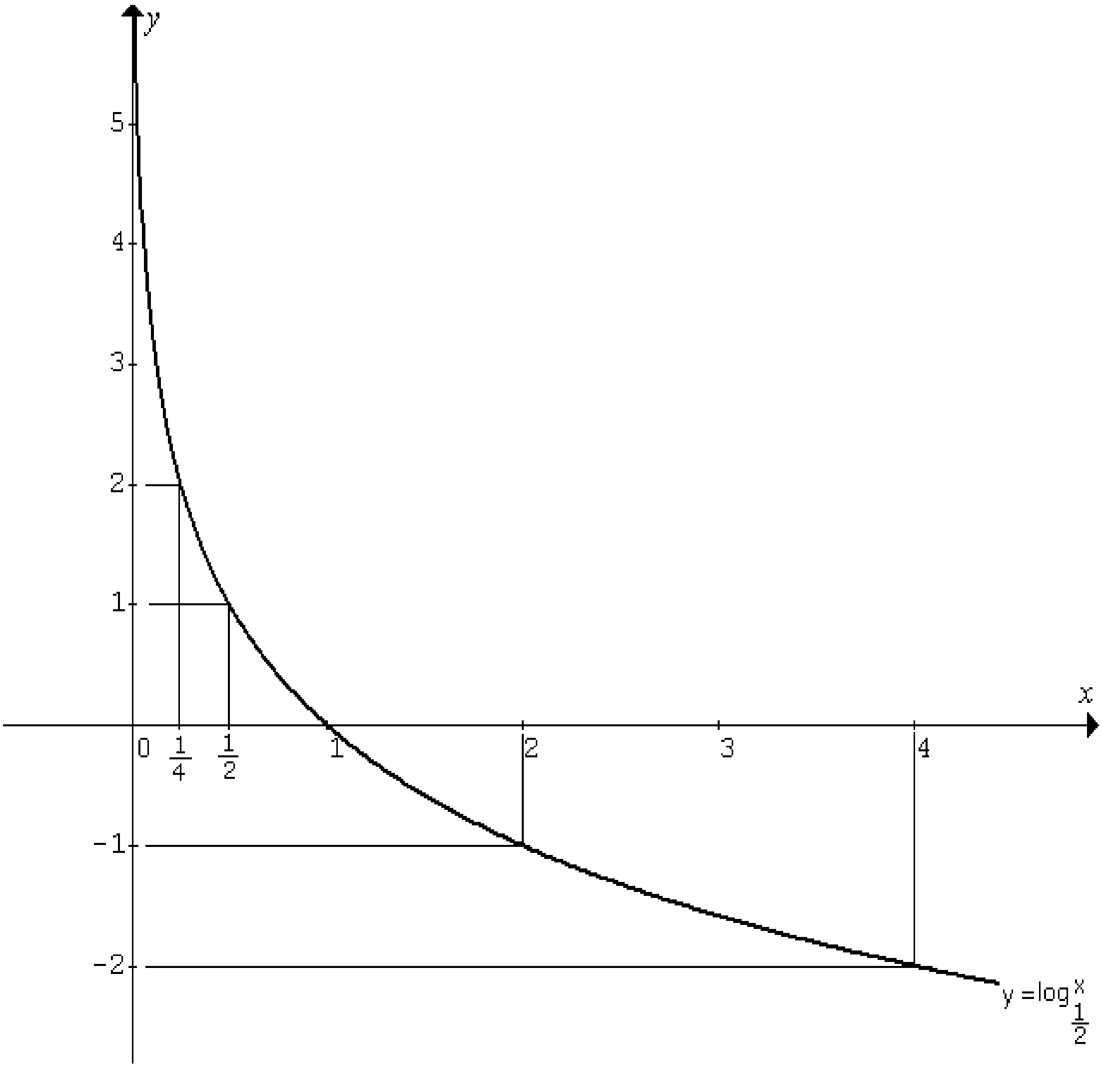
x	$y = \log_2 x$	(x, y)
$\frac{1}{4}$	$y = \log_2 \frac{1}{4} = -2$	$\left(\frac{1}{4}, -2\right)$
$\frac{1}{2}$	$y = \log_2 \frac{1}{2} = -1$	$\left(\frac{1}{2}, -1\right)$
1	$y = \log_2 1 = 0$	(1,0)
2	$y = \log_2 2 = 1$	(2,1)
4	$y = \log_2 4 = 2$	(4,2)



Exemplo 2:

b) f(x) = $\log_{\frac{1}{2}} x$

x	$y = \log_2 x$	(x, y)
$\frac{1}{4}$	$y = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{4} = 2$	$\left(\frac{1}{4}, 2\right)$
$\frac{1}{2}$	$y = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{2} = 1$	$\left(\frac{1}{2}, 1\right)$
1	$y = \log_{\frac{1}{2}} 1 = 0$	(1,0)
2	$y = \log_{\frac{1}{2}} 2 = -1$	(2,-1)
4	$y = \log_{\frac{1}{2}} 4 = -2$	(4,-2)



Observando os gráficos podemos concluir:

- **Para a > 1, a função é crescente**
- **Para 0 < a < 1, a função é decrescente**
- **o gráfico nunca toca o eixo y e não tem pontos nos quadrantes II e III**
- **o gráfico passa pelo ponto (1,0)**
- **o domínio da função são os números reais positivos (R_+^*), ou seja, somente os números reais positivos possuem logaritmo.**
- **a imagem da função são os números reais.**

Condição de existência do logaritmo ou Domínio

Considere $\log_a b = x$. Para que o logaritmo **x** possa existir, devemos impor as condições abaixo:

$$\begin{cases} a > 0 \; e \; a \neq 0 \\ \quad b > 0 \end{cases}$$

Tais condições denominam-se campo de existência ou domínio dos logaritmos.

Exemplos: Determinar o domínio das funções definidas por:

a) $f(x) = \log_3(x+8)$ Pela condição de existência dos logaritmos, devemos ter:

$a > 0 , a \neq 1 \; e \; b > 0$ onde iremos dividir em duas partes:

1ª) a = 3 > 0 e 3 ≠ 1

2ª) x + 8 > 0 ⇒ x > - 8

Portanto, Dom(f) = { x $\in R$ / x > - 8 }

b) $f(x) = \log_{x-4}12$. Pela condição de existência dos logaritmos, devemos ter:

$a > 0 , a \neq 1 \; e \; b > 0$ onde iremos dividir em duas partes:

1ª) x - 4 > 0 e x - 4 ≠ 1 ⇒ x > 4 e x ≠ 5

2ª) 12 > 0

Portanto, Dom(f) = { x $\in R$ / x > 4 e x ≠ 5 }

Equações logarítmicas

Vamos agora estudar as equações logarítmicas, ou seja, aquelas nas quais as incógnitas estão envolvidas no logaritmando ou na base do logaritmo.

Exemplo: Resolva as equações logarítmicas:

a) $\log_2(x+5) = 3$

Primeiramente, estabelecemos a condição de existência: x + 5 > 0 => x > -5

$\log_2(x+5) = 3 \Rightarrow 2^3 = x+5 \Rightarrow 8 = x+5 \Rightarrow x = 8-5 \Rightarrow x = 3$

Como 3 atende a condição de existência, então x = 3

b) $\log_x 36 = 2 \Rightarrow x^2 = 36 \Rightarrow x = \sqrt{36} = \pm 6$.

Observe que o valor de **x** não pode ser -6, pois pela definição, a base deve ser maior que 0 e diferente de 1 $(a > 0 \; e \; a \neq 1)$.

Portanto, x = 6

Exercícios resolvidos:

a) Se $\log 2 = 0{,}3$ e $\log 3 = 0{,}4$, calcular $\log 6$.

Solução:

Para determinar o valor de $\log 6$, iremos aplicar a propriedade $\log_a(a.b) = \log_a a + \log_a b$, onde 6 = 2.3. Logo, $\log 6$ = $\log(2.3)$ = $\log 2 + \log 3$ = 0,3 + 0,4 = 0,7.

Portanto, $\log 6$ = 0,7.

b) Se $\log 2 = 0{,}3$ e $\log 3 = 0{,}4$, calcular $\log_2 6$.

Solução:

Para determinar o valor de $\log_2 6$, devemos passar $\log_2 6$ para a base 10, pois as informações do exercício $\log 2 = 0{,}3$ e $\log 3 = 0{,}4$ estão na base 10. Assim, aplicando a propriedade: $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$, o nde que teremos:

$$\log_2 6 = \frac{\log 6}{\log 2} = \frac{\log 2 + \log 3}{\log 2} = \frac{0{,}3+0{,}4}{0{,}3} = \frac{0{,}7}{0{,}3} \approx 2{,}33$$

Portanto, $\log_2 6$ ≈ 2,33.

c) Se $\log_x a = 6$, $\log_x b = 12$ e $\log_x c = -3$, calcular:

1°) $\log_x(a.b.c)$

Solução: Aplicando a propriedade $\log_a(a.b) = \log_a a + \log_a b$, onde podemos estendê-la para $\log_x(a.b.c) = \log_x a + \log_x b + \log_x c$ = 6 + 12 - 3 = 15.

Portanto, $\log_x(a.b.c) = 15$.

2°) $\log_x \frac{\sqrt{a.b^5}}{\sqrt[3]{c^2}}$

Solução: Para resolver tal exercício, iremos aplicar duas propriedades, pois temos logaritmo de um quociente e de um radical. Assim, dividiremos o exercício da seguinte maneira:

- **1ª)** $\log_x \frac{\sqrt{a.b^5}}{\sqrt[3]{c^2}} = \log_x \sqrt{a.b^5} - \log_x \sqrt[3]{c^2}$

  (propriedade $\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$).

- **2ª)** $\log_x \sqrt{a.b^5} = \frac{1}{2} . \log_x(a.b^5)$ e $\log_x \sqrt[3]{c^2} = \frac{1}{3} . \log_x c^2$

  (propriedade $\log_a \sqrt[n]{b} = \log_a b^{\frac{1}{n}} \Rightarrow \frac{1}{n} . \log_a b$).

Assim, $\log_x \frac{\sqrt{a.b^5}}{\sqrt[3]{c^2}} = \frac{1}{2} . \log_x(a.b^5) - \frac{1}{3} . \log_x c^2 = \frac{1}{2} . (\log_x a + \log_x b^5) - \frac{1}{3} . \log_x c^2$,

onde $\log_x b^5$ = 5. $\log_x b$ e $\log_x c^2$ = 2. $\log_x c$. Substituindo na expressão anterior, teremos:

$$\log_x \frac{\sqrt{a.b^5}}{\sqrt[3]{c^2}} = \frac{1}{2} . (\log_x a + 5. \log_x b) - \frac{1}{3} . 2. \log_x c$$

Como $\log_x a = 6$, $\log_x b = 12$ e $\log_x c = -3$, temos:

$\frac{1}{2}.(6+5.12)$ - $\frac{1}{3}$ .2. (-3) = $\frac{1}{2}.(66)$ - $\frac{1}{3}.(-6)$ = $\frac{66}{2}$ + $\frac{6}{3}$ = 33 + 2 = 35.

Portanto, $\log_x \frac{\sqrt{a.b^5}}{\sqrt[3]{c^2}}$ = 35.

Exercícios

1) Calcular os logaritmos:

a) $\log_2 16$ b) $\log_{\frac{1}{3}} 243$ c) $\log_{81}\sqrt{27}$ d) $\log 1000$

2) Usando as propriedades dos logaritmos determine o valor de:

a) $2^{\log_6 5.\log_2 6}$ b) $3^2.3^{\log_3 5}$ c) $\log_3(9.27.81)$

d) $\log_4 2+\log_4 7+\log_4 3$ e) $\log_2 16^3$

f) $\log_5 \frac{25}{625}$ g) $\log_5 300-\log_5 12$

3) Sendo $\log_b a = 4$, $\log_b c = 6$ e $\log_b d = -1$, calcular $\log_b\left(\frac{a.c}{d}\right)$.

4) Sendo $\log_x a = 5$, $\log_x b = 2$ e $\log_x c = -1$, calcule:

a) $\log_x(a^2.b.c)$ b) $\log_x \frac{\sqrt{a.b^5}}{\sqrt[3]{b.c^2}}$

5) Sendo log 2 = 0,30 e log 3 = 0,48, então log 60 vale:

a) 1,78 b) 1,41 c) 1,041 d) 2,141 e) 0,141

6) Sendo $\log 5 = 0{,}6$ e $\log 7 = 0{,}8$, calcular o valor da expressão: $\log 25$ - 3. $\log 49$ + $\log 35$

7) Determine o valor de **x** nas equações logarítmicas abaixo:

a) $\log_5 25 = x$

b) $\log_3 1 = x$

c) $\log_{0,1} 100 = x$

d) $\log 0{,}001 = x$

e) $\log_x 8 = 3$

f) $\log_{\frac{1}{3}} x = 4$

g) $\log_{\frac{5}{2}} x = -2$

h) $\log_2 \sqrt{8} = x$

i) $\log_{\frac{1}{2}} \sqrt[4]{32} = x$

8) Determine o valor de **x** para que exista os logaritmos:

a) $\log_7 (x-3)$

b) $\log_{(2x+7)} 8$

c) $\log_{(2x-1)} \sqrt{5}$

d) $\log_4 (x^2 - 9)$

9) Resolva as equações:

a) $\log_3 (x-2) = 4$

b) $\log_x 25 = 2$

c) $\log_3 (4x-1) = 3$

d) $\log_2(x^2 - 7x + 13) = 0$

e) $\log_{x+4}(3x - 2) = 1$

10) Construa o gráfico das funções logarítmicas definidas por:

a) $f(x) = \log_3 x$ b) $f(x) = \log_{\frac{1}{3}} x$ c) $f(x) = \log_2(x - 1)$

11) O tempo t , em anos, para que um capital de R$1000,00, aplicado na poupança à taxa de 7 % ao ano, produza um montante de R$ 12000,00 é:

Dados: log 2 = 0,3; log 3 = 0,48,; log 1,07 = 0,03

a) 36 b) 24 c) 30 d) 18

12) Em pesquisa realizada, constatou-se que a população(P) de determinada bactéria cresce segundo a expressão $P(t) = 25.\ 10^t$, em que t representa o tempo em horas. Para atingir uma população de 800 bactérias, será necessário um tempo de:

Dados:, log 10 = 1, log 100 = 2 , log 25 = 1,40, log 32 = 1,5.

a) 1 hora b) 1hora e 30 minutos c) 2 horas d) 1hora e 40 minutos

13) Determine o tempo t , em anos, para que um capital de R$2000,00, aplicado na poupança à taxa de 10 % ao ano, produza um montante de R$ 6000,00?

Dados: log 3 = 0,48,; log 1,1 = 0,04

a) 10 anos b) 11 anos c) 12 anos d) 13 anos e) 14 anos

14) Em pesquisa realizada, constatou-se que a população(P) de determinada bactéria cresce segundo a expressão $P(t) = 3 . 2^t$, em que t representa o tempo em horas. Para atingir uma população de 3000 bactérias, será necessário um tempo de aproximadamente:

Dados: log 2 = 0,3

a) 8 h   b) 9 h   c) 10 h   d) 11 h   e) 12 h

15) O pH de uma solução é definido por $\mathbf{pH = \log_{10}\left(\frac{1}{H^+}\right)}$**,** onde H^+ é a concentração de hidrogênio em íons grama por litro de solução. Determinar o pH de uma solução, tal que $\mathbf{H^+ = 1,0.10^{-8}}$**.**

16) Num determinado país, a população cresce a uma taxa de 4% ao ano, aproximadamente. Considerando-se como base o ano de 1990, em quantos anos a população desse país triplicará? Dados: **log 3 = 0,47 e log1,04 = 0,017.**

a) 24 anos   b) 25 anos   c) 26 anos   d) 27 anos   e) 28 anos

17) A corrente elétrica que atravessa um circuito é dada por $\mathbf{i = i^0.e^{-0,02t}}$, em que i^0 é o valor da corrente no instante $t = 0$ e i é o valor da corrente decorridos t segundos. Determine em quantos segundos a corrente atinge 2% do seu valor inicial. (dado: $\boldsymbol{ln\ 0,02 = -4}$**).**

Bibliografia

BARROSO,Juliane Matsubara. Conexões com a Matemática. São Paulo, Moderna, 2010.

BIANCHINI, Edwaldo; PACCOLA, Herval. Curso de Matemática. São Paulo, Moderna, s.d.

FACHINI, Walter. Matemática; volume único. São Paulo, Saraiva,1996.

GIOVANNI, José Rui; BONJORNO, José Roberto. Matemática. São Paulo, FTD,1992.

IEZZI, Gelson ET ALII. Matemática; volume único. São Paulo, Atual, 2007.

IEZZI, Gelson ET ALII. Matemática e Realidade. São Paulo, Saraiva, 2009.

IEZZI, Gelson ET ALII. Matemática Ciência e Aplicações. São Paulo, Saraiva,2010.

MARCONDES, Carlos Alberto ET AL. Matemática. São Paulo, Ática, 2000.

MORI, Iracema; ONAGA, Dulce Satiko. Matemática antes e depois. São Paulo, Saraiva, 2006.

MUNOHZ, Ainda, F. da Silva; IKIEZAK, Iracema Mori. Elementos de Matemática. São Paulo, Saraiva, 1990.

RIBEIRO, Jackson. Matemática Ciência, Linguagem e Tecnologia. São Paulo, SCIPIONE, 2011.

Sites:

http://www.somatematica.com.br

Escola 24 horas - http://www.escola 24h.com.br

http://www.matematica.com.br