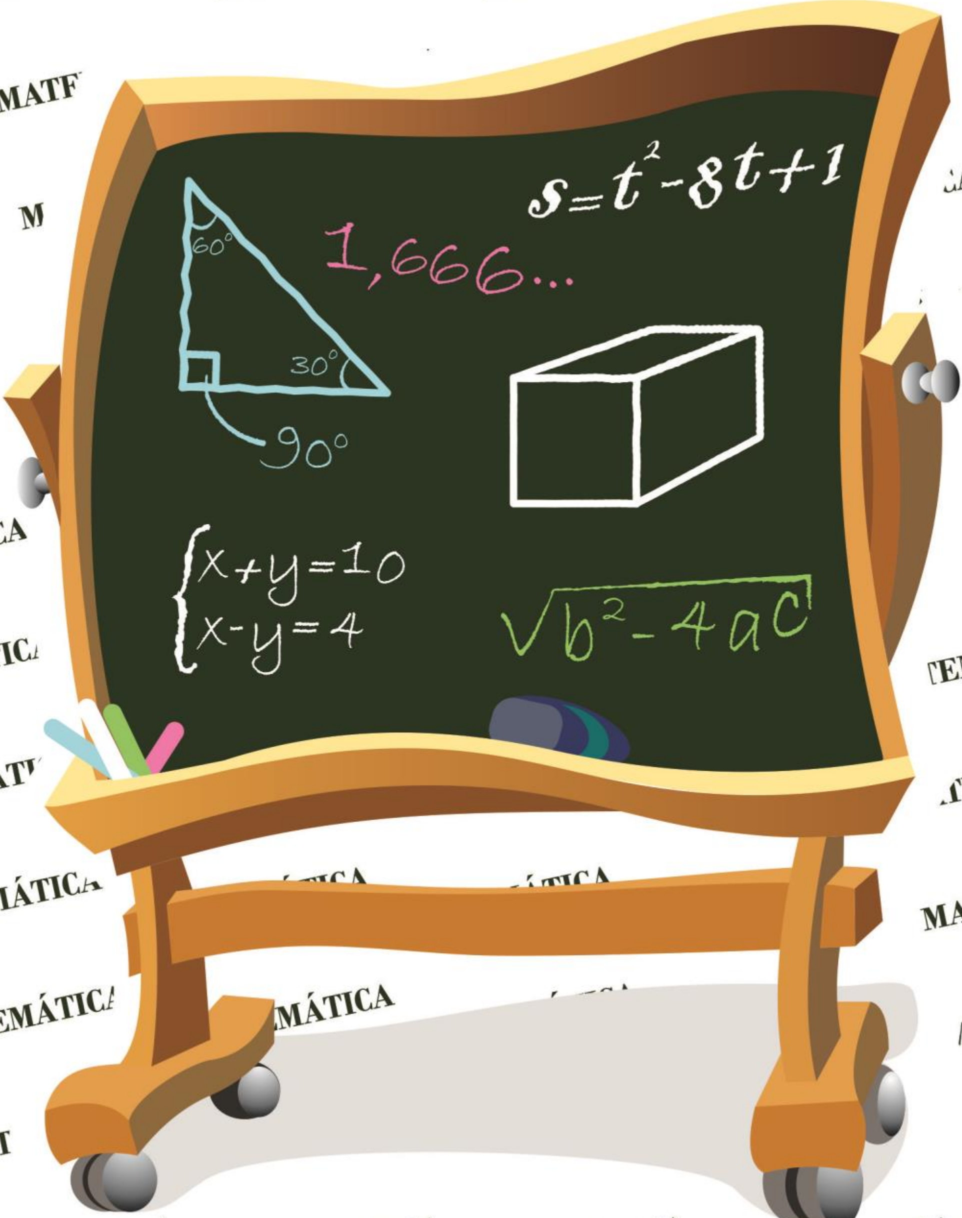
MATEMÁTICA



FAETEC
FUNDAÇÃO DE APOIO À ESCOLA TÉCNICA DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO

ETEVM
ESCOLA TÉCNICA ESTADUAL VISCONDE DE MAUÁ

GOVERNO DO Rio de Janeiro

1º ANO

2ª etapa

Função Exponencial

COORDENAÇÃO

SERGIO LOPES RODRIGUES

Função exponencial

Iniciaremos o estudo das funções exponenciais mostrando uma situação real onde esse assunto é aplicado. Logo a seguir faremos uma breve revisão de potenciação que é um conteúdo básico desse assunto e após, iniciaremos o estudo da função exponencial.

Novos vírus de computador chegam a 60 mil em apenas um dia Empresas de segurança cibernética lutam para desenvolver vacinas cada vez mais rapidamente

Os vírus de computador são como os que atacam o corpo humano. Oportunistas, esperam que o sistema de defesa baixe a guarda para entrar no organismo. Em outros casos, são tão fortes que não importa a quantas anda a imunidade do sujeito: os estragos são inevitáveis. Nas máquinas, os danos são evitados com os antivírus, programas de computador que impedem — ou tentam impedir — a ação dos códigos maliciosos. E, acredite, no mundo dos bits, fazer com que mocinhos vençam bandidos demanda muito esforço.

Isso porque a internet é hoje tão perigosa quanto a vida real. Um relatório da empresa de segurança Symantec mostra que todos os tipos de ataque on-line registraram aumento no ano passado. Em geral, os invasores tentam roubar dados pessoais do dono do computador, como senhas de cartão de crédito (phishing), ou dominar a máquina para que ela ajude o invasor em ataques maiores. Para se ter uma ideia, os hackers estão investindo, até mesmo, na produção de falsos programas de segurança.

O empenho dos cibercriminosos origina, pelo menos, 30 mil novos vírus por dia, podendo chegar a 60 mil. Assim, a luta contra o inimigo invisível exige que as fabricantes de antivírus sejam cada vez mais rápidas. “Em alguns casos, conseguimos produzir uma ‘vacina’ em segundos, em outros, precisamos de algumas horas para desenvolver algo realmente eficaz”, afirma o diretor de comunicação e pesquisa do McAfee Labs, David Marcus.(Correio Braziliense - Publicação: 08/11/2010.

Considere a seguinte situação:

Suponhamos que o número de computadores infectado por certo vírus duplica a cada hora. Se no início da observação há 100 computadores infectados, calcule quantos estarão depois de 10 horas.

Observe que:

- ao final de 1 hora teremos 200 computadores infectados (100 **.** 2)
- ao final de 2 horas teremos 400 computadores infectados (100 **.** 4 ou 100 **.** 2^2)
- ao final de 3 horas teremos 800 computadores infectados (100 **.** 8 ou 100 **.** 2^3)
- então, ao final de 10 horas teremos 100 **.** 2^{10} = 102 400 computadores infectados.

É fácil concluir que a lei que associa o número de computadores infectados ***y*** em função do número de horas ***x*** é definida por **y = 100. 2^x.**

Funções como essa são chamadas de função exponencial. Elas possuem esse nome porque apresentam variável como expoente.

Revisão de Potenciação

Potenciação é uma multiplicação de fatores iguais.

Considere a seguinte situação $3 \times 3 \times 3 \times 3$. Podemos representá-la usando a notação de potência 3^4, onde 3 é a **base** e 4 é o **expoente**. (Leitura: 3 elevado a quarta potência).

O expoente determina a quantidade de vezes que a base será multiplicada por ela mesma.

$$\mathbf{a^b = c}, \quad \text{onde} \begin{cases} \text{a é a } \mathbf{base} \\ \text{b é o } \mathbf{expoente} \\ \text{c é a } \mathbf{potência} \end{cases}$$

Exemplos

a) $2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$
b) $11^2 = 11 \times 11 = 121$
c) $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$

Expoente par e expoente ímpar

- **Expoente par**: quando o expoente é **par**, a potência sempre terá um resultado **positivo**.

Ex.: a) $(-2)^4 = (-2).(-2).(-2).(-2) = +16$

b) $(+5)^2 = (+5).(+5) = +25$

c) $\left(-\frac{1}{2}\right)^6 = \left(-\frac{1}{2}\right).\left(-\frac{1}{2}\right).\left(-\frac{1}{2}\right).\left(-\frac{1}{2}\right).\left(-\frac{1}{2}\right).\left(-\frac{1}{2}\right) = +\frac{1}{64}$

- **Expoente ímpar**: quando o expoente é **ímpar**, a potência terá o **sinal da base** no seu resultado.

Ex.: a) $(-2)^5 = (-2).(-2).(-2).(-2).(-2) = -32$

b) $(+4)^3 = (+4).(+4).(+4) = +64$

c) $\left(-\frac{1}{3}\right)^3 = \left(-\frac{1}{3}\right).\left(-\frac{1}{3}\right).\left(-\frac{1}{3}\right) = -\frac{1}{27}$

Casos Particulares

- **Expoente zero:** todo número diferente de zero elevado a um expoente zero é igual a 1(um).

Ex.: a) $7^0 = 1$

b) $13^0 = 1$

c) $\left(-\frac{5}{12}\right)^0 = 1$

$$\boxed{a^0 = 1}$$

- **Expoente um:** todo número diferente de zero elevado a um é igual ao próprio número.

$$\boxed{a^1 = a}$$

Ex.: a) $8^1 = 8$

b) $15^1 = 15$

c) $\left(-\frac{3}{4}\right)^1 = -\frac{3}{4}$

- **Expoente negativo:** quando o expoente é um número negativo invertemos a base e trocamos o expoente para um número positivo.

Ex.: a) $(3)^{-4} = \left(\frac{1}{3}\right)^{4} = \frac{1}{81}$

$$\boxed{a^{-1} = \left(\frac{1}{a}\right)^{1}}$$

b) $(-2)^{-5} = \left(-\frac{1}{2}\right)^{5} = -\frac{1}{32}$

c) $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-2} = \left(-\frac{3}{2}\right)^{2} = +\frac{9}{4}$

- **Expoente fracionário:** uma potência de expoente fracionário representa uma raiz, e se a base **a** for $a > 0$, podemos escrevê-la assim:

Ex.: a) $5^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{5^3}$

$$\boxed{a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}}$$

b) $8^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{8^1} = \sqrt[3]{8} = 2$

c) $\left(\frac{9}{25}\right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt[2]{\left(\frac{9}{25}\right)^1} = \sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{3}{5}$

Propriedades das potências

- **Produto de potência de mesma base –** devemos repetir a base e somar os expoentes.
  Ex.: a) $5.5^2.5^4 = 5^{1+2+4} = 5^7$
  b) $a^5.a^{-7} = a^{5+(-7)} = a^{-2}$

$$\boxed{a^m.a^n = a^{m+n}}$$

- **Divisão de potência de mesma base –** devemos repetir a base e subtrair os expoentes.

  Ex.: a) $3^7 \div 3^2 = 3^{7-2} = 3^5$

  b) $a^3 \div a^{-4} = a^{3-(-4)} = a^7$

  $$a^m \div a^n = a^{m-n}$$

- **Potência de potência –** devemos repetir a base e multiplicar os expoentes.

  Ex.: a) $(5^2)^4 = 5^{2.4} = 5^8$

  b) $(a^3)^{-3} = a^{3.(-3)} = a^{-9}$

  $$(a^m)^n = a^{m.n}$$

- **Potência de um produto –** devemos elevar os fatores ao expoente dado.

  Ex.: a) $(2.3)^3 = 2^3.3^3$

  b) $(a.b)^4 = a^4.b^4$

  $$(a.b)^m = a^m.b^m$$

- **Potência de um quociente –** devemos elevar a numerador e o denominador ao expoente dado.

  Ex.: a) $\left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{2^4}{3^4}$

  b) $\left(\frac{4}{6}\right)^3 = \frac{4^3}{6^3}$

  $$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$$

Função exponencial - Definição

Seja **a** um número real positivo e diferente de 1, chamamos função exponencial de base **a** a função definida por:

$$f(x) = a^x \quad \text{ou} \quad y = a^x$$

Exemplos:

a) $f(x) = 5^x$

b) $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$

Gráfico da função

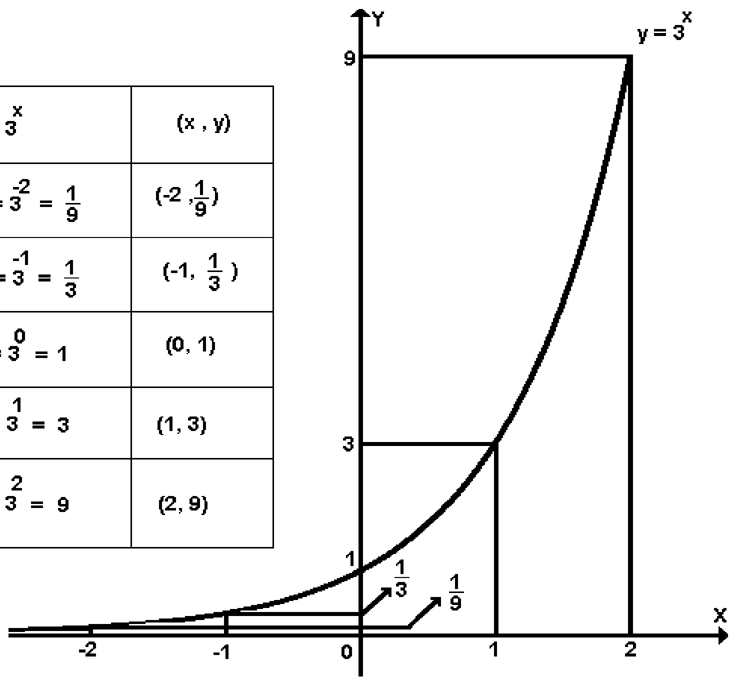
Analisemos a representação gráfica das funções exponenciais por meio de dois exemplos, a primeira com $a > 1$ e a segunda com $0 < a < 1$.

Exemplos:

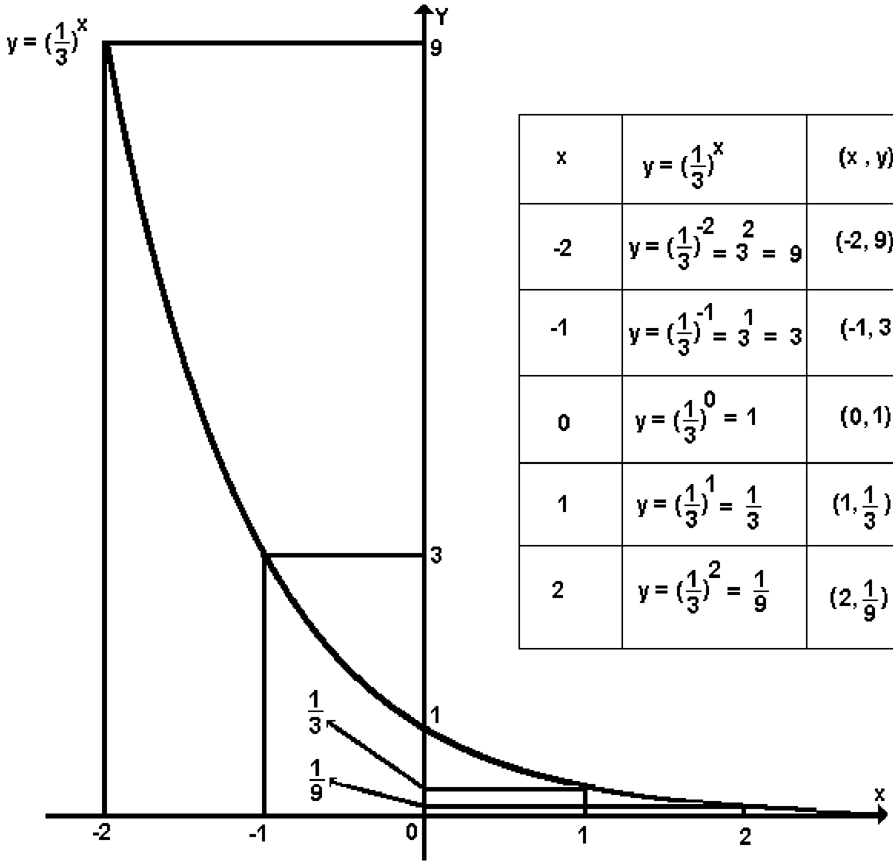
Construir o gráfico das funções exponenciais definidas por:

a) $f(x) = 3^x$

x	$y = 3^x$	(x , y)
-2	$y = 3^{-2} = \frac{1}{9}$	$(-2, \frac{1}{9})$
-1	$y = 3^{-1} = \frac{1}{3}$	$(-1, \frac{1}{3})$
0	$y = 3^0 = 1$	(0, 1)
1	$y = 3^1 = 3$	(1, 3)
2	$y = 3^2 = 9$	(2, 9)



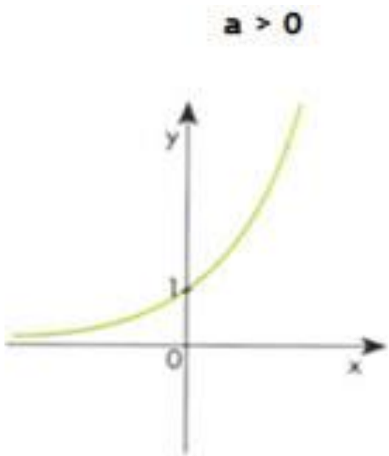
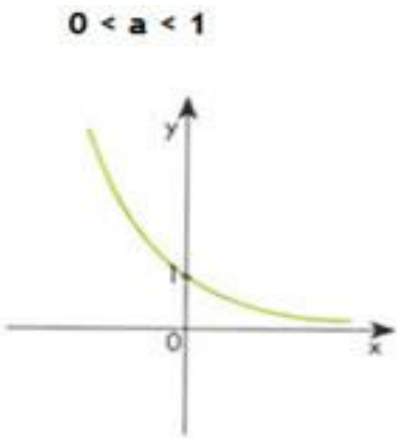
b) f(x) = $\left(\frac{1}{3}\right)^{x}$



x	$y = (\frac{1}{3})^x$	(x , y)
-2	$y = (\frac{1}{3})^{-2} = 3^2 = 9$	(-2, 9)
-1	$y = (\frac{1}{3})^{-1} = 3^1 = 3$	(-1, 3)
0	$y = (\frac{1}{3})^0 = 1$	(0, 1)
1	$y = (\frac{1}{3})^1 = \frac{1}{3}$	$(1, \frac{1}{3})$
2	$y = (\frac{1}{3})^2 = \frac{1}{9}$	$(2, \frac{1}{9})$

Através dos gráficos anteriores e suas tabelas, podemos concluir que:

- **Para a > 1 a função é crescente.**
- **Para 0 < a < 1 a função é decrescente.**
- **O gráfico não atinge o eixo *x* e não tem pontos nos quadrantes III e IV (y > 0).**
- **O domínio da função é o conjunto dos números reais** $D(f) = \Re$ **.**
- **A imagem da função é o conjunto dos números reais positivos** $\mathrm{Im}(f) = \Re_+^*$.
- **A curva exponencial, em qualquer dos casos, passa pelo ponto P(0,1).**

Função crescente	Função decrescente
	

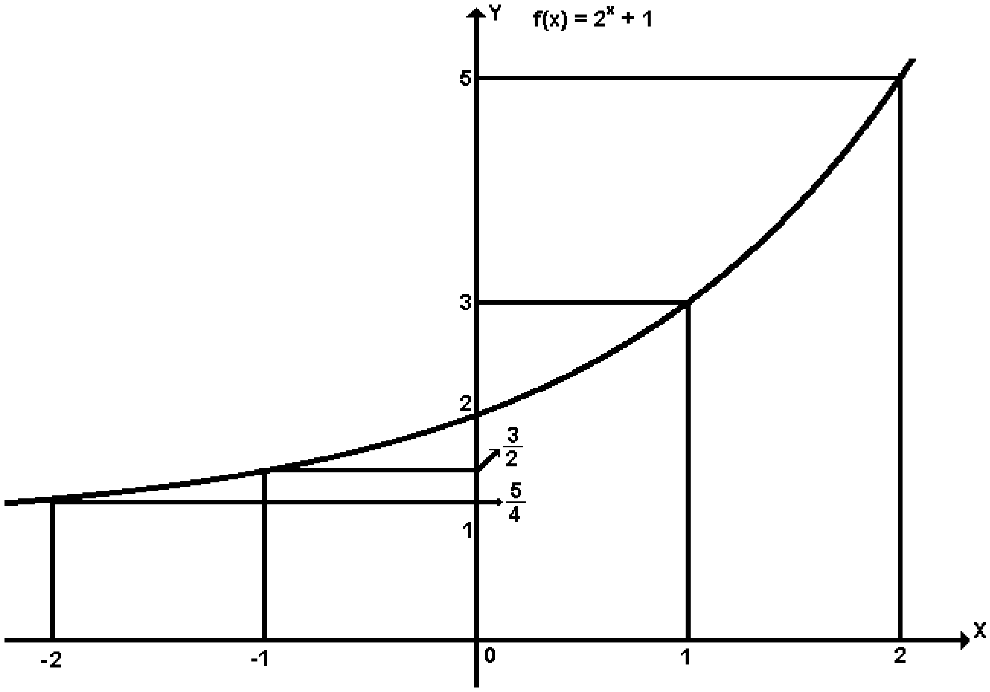
4) Determinar o gráfico da função **f(x) = 2^x + 1**

Solução:

Basta fazer uma tabela, substituindo x com seguintes valores: **- 2, -1, 0, 1 , 2**. Em seguida, calcular as respectivas imagens e depois, adicionar 1 unidade a cada imagem.

x	f(x)	f(x) + 1
- 2	f(-2)= $\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$ + 1 = $\frac{5}{4}$ = 1,25
- 1	f(-1)= $\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$ + 1 = $\frac{3}{2}$ = 1, 5
0	f(0) = 1	1 + 1 = 2
1	f(1) = 2	2 + 1 = 3
2	f(2) = 4	4 + 1 = 5

Vejamos abaixo o gráfico de f(x) = $2^x + 1$



Equações exponenciais

Uma equação é chamada exponencial quando a variável a ser determinada aparece como expoente.

Exemplos: a) $4^x = 1$ b) $6^{x+1} = 36$ c) $8^{2x-3} = 512$

Para resolver uma equação exponencial, devemos reduzir ambos os membros da igualdade a uma potência de mesma base e depois igualar os expoentes para se obter uma equação comum. Vejamos:

a) Resolva a equação exponencial **$3^x = 81$.**

Solução:

Transformando 81 em potência de base 3, temos que: $81 = 3^4$. Logo, a equação terá a seguinte forma: $3^x = 3^4$. Igualando os expoentes, temos que $x = 4$.

Há equações exponenciais em que não é possível reduzir imediatamente os dois membros da igualdade à mesma base. Por exemplo:

b) Resolva a equação exponencial $9^x - 4.3^x + 3 = 0$.

Solução:

Para resolvê-las, conveniente utilizar uma variável auxiliar para facilitar a solução. Vejamos:

Primeiro iremos transformando $\mathbf{9^x}$ em potência de base **3:** $9^x = (3^2)^x = (3^x)^2$.
Em seguida, substituindo $\mathbf{9^x}$ por $\mathbf{(3^x)^2}$, onde a equação ficará da seguinte forma:

$(3^x)^2 - 4.3^x + 3 = 0$ Trocando $3^x = y$, teremos uma nova equação na variável y:

$y^2 - 4y + 3 = 0$ (equação do 2° grau)

Aplicando a fórmula de Bháskara:

$\Delta = (-4)^2 - 4.1.3 = 16 = 12 = 4.$

$$y_1 = \frac{4+2}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

$$y = \frac{-(-4) \pm \sqrt{4}}{2.1} = \frac{4 \pm 2}{2}$$

$$y_2 = \frac{4-2}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

para resolver a equação do 2° grau, teremos os seguintes valores de y: **y = 3 ou y = 1**.

Agora , basta trocar cada valor de y por 3^x, onde teremos os valores de x:

$y = 1 \Rightarrow 3^x = 1 \Rightarrow 3^x = 3^0 \Rightarrow \mathbf{x = 0}$

$y = 3 \Rightarrow 3^x = 3 = 3^1 \Rightarrow \mathbf{x = 1}$

Logo, o conjunto solução da equação será: **S = { 0, 1 }**

Função exponencial de base *e*

$$f(x) = e^x$$

Entre as funções exponenciais de base maior do que 1, encontramos a função cuja base é o número *e* = **2,718281828459........**, base essa que surgiu pela primeira vez, no século XVIII com Euler. Esta designação conserva-se como homenagem a este matemático, embora o número seja chamado **Número de Neper**.

O número *e* é um número místico da Matemática tal como o π ***(PI)***. O número ***pi*** apareceu no cálculo da área e do perímetro do círculo. O número *e* aparece na resolução de equações em que as incógnitas aparecem em expoente.

A função exponencial **f(x)** = $\mathbf{e^x}$ aparece em vários fenômenos naturais, como por exemplo, na **capitalização de juros** (Economia), no **crescimento de uma bactéria** (Biologia), no **lixo radioativo** (Química), na **propagação de uma doença** (Medicina), **crescimento populacional** (Geografia), entre outros.

Exemplo prático:

O CRESCIMENTO POPULACIONAL

Em 1798, Thomas Malthus, no trabalho "An Essay on the Principle of Population" formulou um modelo para descrever a população presente em um ambiente em função do tempo. Considerou N = N(t) o número de indivíduos em certa população no instante t. Considerou as hipóteses de que os nascimentos e mortes naquele ambiente eram proporcionais à população presente e a variação do tempo conhecida entre os dois períodos. Chegou à seguinte equação para descrever a população presente em um instante t: $\mathbf{N(t) = N_o e^{rt}}$

Onde N_0 é a população presente no instante inicial $t = 0$ e r é uma constante que varia com a espécie de população.

Como aplicação numérica, consideremos uma colônia de bactérias se reproduzindo normalmente. Se num certo instante havia 300 bactérias na colônia, passadas 12 horas havia 900 bactérias. Quantas bactérias haverá na colônia após 30 horas da última contagem? (considere $ln3 = 1{,}01 \; e \; e^{3{,}54} = 34{,}5$)

No instante inicial havia 300 bactérias, então $N_o = 300$, após 12 horas havia 900 bactérias, portanto:

$$N(12) = 900$$

$$900 = 300.e^{r12}$$

$$e^{12r} = \frac{900}{300}$$

$$e^{12r} = 3$$

Para continuar a resolução desse problema precisamos antes fazer estudo de um assunto que trataremos no próximo capítulo: **função logarítmica.**

Exercícios resolvidos:

1) Resolva as equações:

a) $6^x = 36$ **b)** $5^{2x-1} = 125$ **c)** $2^{x^2+x} = 64$ **d)** $(1{,}2)^x = \sqrt{\frac{36}{25}}$

Solução:

a) Devemos transformar ambos os membros da igualdade em potências de mesma base. Nesse caso, basta escrever 36 em potência de base 6, isto é, $36 = 6^2$. Logo, a igualdade será: $6^x = 6^2$. Igualando os expoentes, temos que: $x = 2 \Rightarrow S = \{ 1 \}$.

b) Transformando 125 em potência de base 5, temos: $125 = 5^3$. Logo, a igualdade será: $5^{2x-1} = 5^3$.Igualando os expoentes, temos: $2x - 1 = 3 \Rightarrow 2x = 3 + 1 \Rightarrow 2x = 4 \Rightarrow x = \frac{4}{2} = 2 \Rightarrow S = \{ 2 \}$.

c) Transformando 64 em potência de base 2, temos: $64 = 2^6$. Logo, a igualdade será: $2^{x^2+x} = 2^6$. Igualando os expoentes, temos: $x^2 + x = 6 \Rightarrow x^2 + x - 6 = 0$ (equação do 2° grau).

Aplicando a fórmula de Bháskara:

$\Delta = 1^2 - 4.1.(-6) = 1 + 24 = 25.$

$$x_1 = \frac{-1+5}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

$$y = \frac{-1 \pm \sqrt{25}}{2.1} = \frac{-1 \pm 5}{2}$$

$$x_2 = \frac{-1-5}{2} = \frac{-6}{2} = -3$$

Logo, $S = \{-3, 2\}$

Simplificando por 2

d) Notemos que: $1{,}2 = \frac{12}{10} = \frac{6}{5}$ e $\sqrt{\frac{36}{25}} = \frac{6}{5}$ Substituindo 1,2 por $\frac{6}{5}$ e $\sqrt{\frac{36}{25}}$ por $\frac{6}{5}$, teremos: $\left(\frac{6}{5}\right)^x = \frac{6}{5} \Rightarrow \left(\frac{6}{5}\right)^x = \left(\frac{6}{5}\right)^1$. Igualando os expoentes, temos: $x = 1 \Rightarrow S = \{1\}$.

2) Para evitar transtornos na venda dos ingressos de um torneio de futebol, os organizadores decidiram vendê-los os da seguinte maneira: **3** ingressos no **1° dia** de venda, **9** no **2° dia**, **27** no **3° dia** e, assim por diante, até o **8° dia**. Pergunta-se:

a) Quantos ingressos foram vendidos no **5**° e **6°** dias, respectivamente?

b) Quantos ingressos foram vendidos ao todo nos três últimos dias?

Solução:

Podemos observar que o número de ingressos vendidos a cada dia formam a seguinte sequência: **3, 9, 27, 81, ...,** que também pode ser representada por: **$3 = 3^1$, $9 = 3^2$, $27 = 3^3$, $81 = 3^4$, ..., isto é, pela forma de exponencial 3^1, 3^2, 3^3, 3^4, ...,** através de uma função exponencial **$f(x) = 3^x$**, onde **x = 1, 2, 3, 4, ...,** indicam cada dia de venda a partir do 1° dia. Dessa forma, para o **5°** dia e **6°** dias, teremos, respectivamente: **$f(5) = 3^5 = 243$** ingressos vendidos e **$f(6) = 3^6 = 729$** ingressos. Utilizando o mesmo raciocínio, para os três últimos dias,respectivamente,teremos:**$f(6) = 3^6 = 729$, $f(7) = 3^7 = 2187$ e $f(8) = 3^8 = 6561$ ingressos vendidos.**

Resposta:

Letra a) 243 e 729 ingressos, respectivamente.

Letra b) 729, 2187 e 6561 ingressos, respectivamente.

3) Paulo é um pequeno investidor. Aplicou R$ 9000,00 em um determinado fundo de investimento, cujo rendimento é de 2% ao mês. Quanto Paulo terá depois de 10 meses de investimento? Quantos meses deverá aplicar para ter um montante de R$ 9550,87?

Solução:

Queremos determinar o total que Paulo terá no final de 10 meses, isto é, o montante que corresponde ao capital aplicado **(R$ 9000,00)** mais o juro apurado em 10 meses. Tal situação é feita através dos juros compostos, através da matemática financeira, em que **$M = C + J$**, onde M é o montante, C o capital e J os juros no período apurado.

No início, Paulo possui R$ 9000,00. Depois, **no final de 1° mês**, terá 9000,00 + 2% de 900,00 = 9000 + 180 = **R$ 9180.**

No final do 2° mês, 9180 + 2% de 9180 = 9180 + 183,60 = **R$ 9363,60.**

No final do 3° mês, 9363,60 + 2% de 9363,60 = 9363,60 + 187,27 **≈ R$ 9550,87.**

Para tornar mais rápido a resolução, iremos utilizar uma expressão da matemática financeira dada por: **$M = C.(1 + i)^n$**, em que **i** é a taxa de juro e **n** o tempo. Assim, poderemos resolver o nosso exercício pela **função exponencial $M = C.(1 + i)^n$**. Para isso, basta trocar **C por 9000, i por 2% = 0,02 e n por 10. Logo, o valor que Paulo terá em 10 meses será: $M = 9000.(1 + 0,02)^{10} = 9000. (1,02)^{10} = 9000. 1,22 \cong 10970,95$.**

Logo, Paulo terá depois de **10 meses**, **R$ 10970,95.**

4) Numa concessionária de carros, um carro zero, perde o seu valor segundo a função **$C(t) = P.(0,7)^t$**, onde **P** é o preço pago quando o veículo é novo de fábrica e **t** é o tempo em anos. Se esse automóvel custou R$ 58 000,00, quanto custará após 4 anos?

Solução:

Queremos determinar o valor de C(4), onde P = 58 000 e t = 4. Então, **C(4) = 58 000 . $(0,7)^4$ = 58 000 . 0,2401** = **R$ 13925,80.**

5) Durante uma pesquisa, foi verificado que a população **P** de determinada bactéria cresce segundo a expressão **$P(t) = 35 \cdot 3^t$**, onde **t** é o tempo em horas. Quanto tempo será necessário para que a população de bactérias seja de **8505**? Qual será a população de bactérias depois de **12 horas**?

Solução:

Podemos dividir a solução do problema em duas partes:

1ª parte) Queremos determinar para que valor de t, P(t)= 8505. Logo, basta substituir P(t) por 8505 e resolver a equação exponencial **$8505 = 35 \cdot 3^t$.**

Isolando 3^t, temos que **$3^t = \frac{8505}{35} = 243$,** onde $243 = 3^5$. Então, **$3^t = 3^5$**. Igualando os expoentes, teremos **t = 5**.

Logo**,** a população de bactérias levará **5 horas** para se chagar a **8505**.

2ª parte) Queremos determinar o valor de **P(12).** Logo, basta trocar **t** por **12** e resolver a expressão **$35 \cdot 3^{12} = 35 \cdot 531441 = 18\,600\,435$ bactérias.**

Logo, a população de bactérias será de 18 600 435, após 12 horas.

6) A população de rãs de um criadouro está diminuindo durante os meses devido à contaminação da água por problemas de abastecimento.Tal diminuição é dada pela função **$f(x) = 6000 - 20 \cdot 2^{t-1}$,** onde t é o número de meses e f(t) o números de rãs. Determine:

a) Qual a quantidade de rãs inicial?

b) Depois de quantos meses a quantidade de rãs no criadouro era de 3440?

Solução:

a) A quantidade inicial de rãs é dada no início do criadouro, isto é, quando t = 0. Logo, iremos determinar **$f(0) = 6000 - 20 \cdot 2^{0-1} = 6000 - 20 \cdot 2^{-1} = 6000 - 20 \cdot \frac{1}{2} = 6000 - \frac{20}{2} = 6000 - 10 = 5990$ rãs.**

b) Depois de **t** meses a quantidade de rãs era de 3440, isto é, f(t) = 3440. Trocando f(t) por 3440, teremos: **3440 = 6000 – 20 . 2^{t-1} ⇒ 20 . 2^{t-1} = 6000 – 3440 ⇒ 20 . 2^{t-1} = 2560 ⇒ $2^{t-1} = \frac{2560}{20}$ = 128 ⇒ $2^{t-1} = 2^7$ ⇒ t – 1 = 7 ⇒ t = 8 meses.**

Exercícios

1) Qual é o expoente da base:

a) 2 para que o resultado seja igual a 32?

b) 5 para que o resultado seja igual a $\frac{1}{5}$?

c) 8 para que o resultado seja igual a 1?

d) 16 para que o resultado seja igual a 4?

e) 81 para que o resultado seja igual a 27?

2) Resolva as equações exponenciais:

a) $16^x = 256$

b) $6^{x-2} = 36$

c) $49^{2-x} = \frac{1}{7}$

d) $64 = (1024)^x$

e) $4^x - 10 \cdot 2^x + 16 = 0$

f) $2^{x^2 - 7x + 12} = 1$

g) $(0,4)^{4x+1} = \sqrt[3]{\frac{8}{125}}$

h) $4^{3-x} = 1$

3) Em pesquisa realizada, constatou-se que a população (P) de determinada bactéria cresce segundo a expressão **$P(t) = 25 \cdot 2^t$**, em que t representa o tempo em horas. Para atingir uma população de 400 bactérias, será necessário um tempo de :

a) 4 horas b) 3 horas c) 2 horas e 30 minutos d) 2 horas e) 6 horas

4) (FIC / FACEM) A produção de uma indústria vem diminuindo ano a ano. Num certo ano, ela produziu mil unidades de seu principal produto. A partir daí, a produção anual passou a seguir a lei **$y = 1000 \cdot (0{,}9)^x$**. O número de unidades produzidas no segundo ano desse período recessivo foi de:

a) 900 b) 1000 c) 180 d) 810 e) 90

5) Em uma pesquisa realizada constatou-se que a população **P** em milhares de habitantes de uma determinada região cresce segundo a lei **$P(t) = 5 \cdot 3^t$**, em que **t** representa o tempo em anos. Para que população atinja uma quantidade de **405 mil habitantes**, será necessário um tempo de t anos dado por:

a) 3 b) 4 c) 5 d) 6 e) 7

6) Um capital de R$ 1000,00 foi aplicado na caderneta de poupança à taxa de juro composto de 10% ao ano. Determine:

a) A equação exponencial que expressa o montante acumulado em função do tempo t;

b) O montante depois de 4 anos;

c) O tempo em que essa aplicação acumulará um montante de R$ 1210,00.

7) Sob certas condições, o número de bactérias **B** de uma cultura, em função do tempo **t**, medido em horas, é dado por **$B(t)= 2^{\frac{t}{12}}$.** Isso significa que **5 dias** após a hora zero, o número de bactérias é:

a) 1024 b) 1120 c) 512 d) 20

8) O volume de água que fica dentro de uma banheira, depois que o ralo é aberto, pode ser obtido pela equação $\mathbf{V = 1350.\left(\frac{2}{3}\right)^t}$, onde 1350 é o volume inicial em litros e **t** o tempo medido em minutos. Depois de quanto tempo haverá somente **600 litros** de água na banheira?

9) A produção inicial de tratores de uma certa fábrica, era de 200 unidades. Contudo, a produção passou a dobra a cada 5 anos. Determine:

a) Quantas unidades terão sido produzidas em 10 anos?

b) Quantos anos terão se passado quando a produção atingir 3200 unidades por ano?

c) Qual é a equação matemática que relaciona a produção **P** com o tempo **t,** em anos?

10) Uma floresta vem sofrendo um desmatamento anual que pode ser expresso pela expressão $\mathbf{A = 2.10^6.(0,5)^t}$, sendo *A* a área, em metros quadrados, e *t*, o número de anos decorridos desde o início do desmatamento. Com base nessas informações, responda:

a) Qual é a área inicial da floresta?

b) Quanto restará da área da floresta depois de transcorrido 1 ano?

c) Depois de quanto tempo. Aproximadamente, a floresta terá sua área inicial reduzida à oitava parte?

11) Construa o gráfico das funções exponenciais definidas abaixo e classifique-as em crescente ou decrescente:

a) $f(x) = 2^x$

b) $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

c) $f(x) = 4^x - 1$

d) $f(x) = 3^x + 1$

12) Construa, no mesmo plano cartesiano, os gráficos das funções $f(x) = 4^x$ e $f(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^x$

Bibliografia

BARROSO,Juliane Matsubara. Conexões com a Matemática. São Paulo, Moderna, 2010.

BIANCHINI, Edwaldo; PACCOLA, Herval. Curso de Matemática. São Paulo, Moderna, s.d.

FACHINI, Walter. Matemática; volume único. São Paulo, Saraiva,1996.

GIOVANNI, José Rui; BONJORNO, José Roberto. Matemática. São Paulo, FTD,1992.

IEZZI, Gelson ET ALII. Matemática; volume único. São Paulo, Atual, 2007.

IEZZI, Gelson ET ALII. Matemática e Realidade. São Paulo, Saraiva, 2009.

IEZZI, Gelson ET ALII. Matemática Ciência e Aplicações. São Paulo, Saraiva,2010.

MARCONDES, Carlos Alberto ET AL. Matemática. São Paulo, Ática, 2000.

MORI, Iracema; ONAGA, Dulce Satiko. Matemática antes e depois. São Paulo, Saraiva, 2006.

MUNOHZ, Ainda, F. da Silva; IKIEZAK, Iracema Mori. Elementos de Matemática. São Paulo, Saraiva, 1990.

RIBEIRO, Jackson. Matemática Ciência, Linguagem e Tecnologia. São Paulo, SCIPIONE, 2011.

Sites:

http://www.somatematica.com.br

Escola 24 horas - http://www.escola 24h.com.br

http://www.matematica.com.br