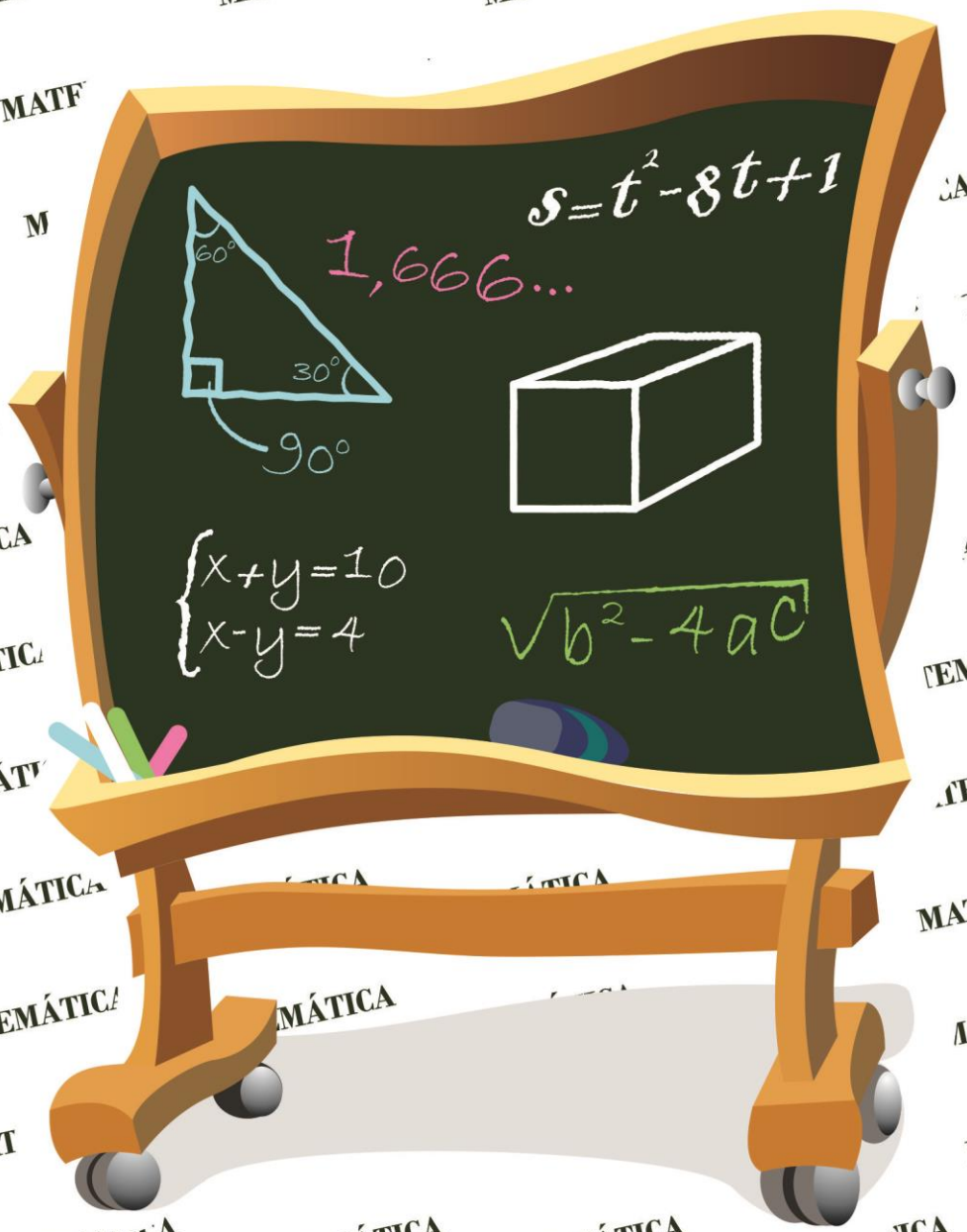
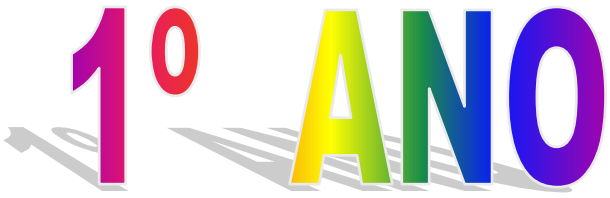
MATEMÁTICA



FAETEC
FUNDAÇÃO DE APOIO À ESCOLA TÉCNICA DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO

ETEVM
ESCOLA TÉCNICA ESTADUAL VISCONDE DE MAUÁ

GOVERNO DO Rio de Janeiro



1ª etapa

Apostila II

Matemática Básica

Revisando Números Decimais

COORDENAÇÃO

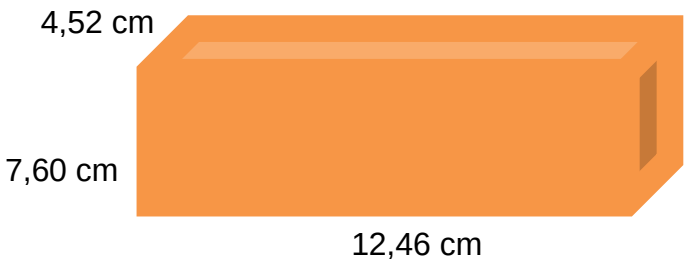
SERGIO LOPES RODRIGUES

Recordando números decimais

Os números decimais são largamente utilizados em nosso dia-a-dia. Vejamos algumas situações:

1- Se formos ao supermercado comprar 1 kg de tomate por R$ 1,56 e pagarmos a compra com uma nota de R$ 2,00, receberemos R$ 0,44 de troco. Neste exemplo, podemos observar a utilização dos números decimais. Tanto o preço do tomate, como o troco recebido são números decimais

2 - A figura nos mostra um paralelepípedo com suas dimensões em centímetros.



As dimensões do paralelepípedo também estão escritas em forma de número decimal.

A representação dos números fracionários já era conhecida há quase 3.000 anos, enquanto a forma decimal surgiu no século XVI com o matemático francês François Viéte.

Os números decimais têm origem nas frações decimais. Por exemplo, a fração $\frac{1}{2}$ equivale à fração $\frac{5}{10}$ que equivale ao número decimal 0,5.

Recordando: denominam-se **frações decimais**, todas as frações que apresentam potências de base 10 no denominador.

Outros exemplos:

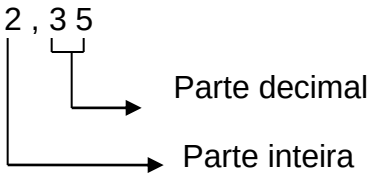
$\frac{1}{10} = 0,1$ $\quad \frac{1}{100} = 0,01$ $\quad \frac{1}{1000} = 0,001$

$\frac{6}{10} = 0,6$ $\quad \frac{18}{100} = 0,18$ $\quad \frac{35}{10} = 3,5$

$\frac{13}{1000} = 0{,}013$ $\frac{1356}{100} = 13{,}56$ $\frac{1758}{1000} = 1{,}758$

Observe que o número de zeros do denominador da fração corresponde ao número de casas depois da vírgula (casas decimais).

Portanto, toda fração decimal pode ser representada por um número decimal, isto é, um número que tem uma parte inteira e uma parte decimal, separados por meio de uma vírgula.



Leitura dos números decimais

1ª Forma:

Lemos a parte inteira acrescida da palavra inteiros e lemos a parte fracionária acrescida da palavra décimos se ele contiver uma casa decimal, centésimos se ele contiver duas casa decimais, milésimos se tiver três casas e assim por diante. Se a sua parte inteira for zero lemos apenas a parte decimal.

Exemplos :

- 0,7 - sete décimos
- 35,4 - trinta e cinco inteiros e quatro décimos
- 9,76 - nove inteiros e setenta e seis centésimos.
- 5,027 - cinco inteiros e vinte e sete milésimos

2ª Forma:

Lemos a parte inteira acrescentamos a palavra vírgula e lemos por fim a parte decimal. Apesar de não ser considerada uma forma de leitura de um número decimal, por sua forma mais simples, acaba sendo a forma mais usual de leitura.

Exemplos :

➔ 0,8 - zero vírgula oito.
➔ 25,4 - vinte e cinco vírgula quatro.

Observações:

1ª) Todo número natural pode ser escrito na forma decimal, bastando colocar a vírgula após o último algarismo e acrescentar zero(s). Exemplos:

4 = 4,0 = 4,00 75 = 75,0 = 75,00

2ª) Um número decimal não se altera se acrescentarmos zeros à sua direita.

3,6 = 3,60 = 3,600

Operações com números decimais

Fernanda foi ao supermercado e comprou 1 kg de carne que custou R$ 12,80, 5 kg de arroz que custou R$ 9,56 e 2 kg de feijão por R$ 5,20. Quanto ela gastou?

Para saber quanto ela gastou devemos efetuar a operação:

12,80 + 9,56 + 5,20.

Vamos converter os números decimais em frações decimais e, em seguida, somá-las:

12,80 + 9,56 + 5,20.

$$\frac{1280}{100} + \frac{956}{100} + \frac{520}{100} = \frac{2756}{100} = 27{,}56$$

Para fazer esse cálculo, é mais **prático** esta disposição:

12,80
9,56 **Observe que as vírgulas devem ficar alinhadas**
+ 5,20
27,56

Portanto, Fernanda gastou R$ 27,56.

Para **adicionar números decimais** devemos, antes de qualquer coisa, igualar as casas decimais, colocar vírgula debaixo de vírgula e com isso estaremos alinhando numa mesma coluna, as mesmas ordens decimais, efetuamos a adição ,e finalmente, colocamos no resultado uma virgula alinhada com outras.

Outros Exemplos:

a) 2,34 + 1,076

$$\begin{array}{r} 2,340 \\ +\ 1,076 \\ \hline 3,416 \end{array}$$

b) 42 + 107,85

$$\begin{array}{r} 42,00 \\ +\ 107,85 \\ \hline 149,85 \end{array}$$

Para subtrair decimais, procedemos como na adição. Veja o exemplo:

125,6 – 34,87

$$\begin{array}{r} \mathbf{125,60} \\ \mathbf{-\ 34,87} \\ \hline \mathbf{90,73} \end{array}$$

Outros Exemplos:

a) 8,19 - 5,903

$$\begin{array}{r} 8,190 \\ -\ 5,903 \\ \hline 2,287 \end{array}$$

b) 17 - 12,856

$$\begin{array}{r} 17,000 \\ -\ 12,856 \\ \hline 4,144 \end{array}$$

Ainda no supermercado Fernanda lembrou que precisava comprar um quilo e meio de queijo, ou seja, 1,5 kg, que custava 14,35 o quilo. Quanto ela gastou nessa compra?

Nessa situação, vamos calcular o produto de 1,5 **.** 14,35.

$$1{,}5 \ . \ 14{,}35 = \frac{15}{10} \cdot \frac{1435}{100} = \frac{21525}{1000} = 21{,}525$$

Portanto, gastou R$ 21,52

Modo prático:

Devemos multiplicar os números como se fossem números naturais e damos ao resultado tantas casas decimais quanto seja a soma do número de casas decimais de ambos os fatores.

1 4 , 3 5 → **Temos duas casas decimais**
x 1, 5 → **Temos um casa decimal**
7 1 7 5
1 4 3 5
2 1,5 2 5 → **Resultado: 2 casas + 1 casa = 3 casas decimais**

Portanto, Fernanda gastou R$ 21,52.

Outros Exemplos:

Calcular 7,26 · 12

7 , 26 → **Temos duas casas decimais**
x 12 → **Temos nenhuma casa decimal**
1 4 5 2
7 2 6
8 7,1 2 → **Resultado : 2 casas + 0 casa = 2 casas decimais**

Observação:

Para se **multiplicar** um número decimal por **10 , 100 , 1000** e assim por diante, basta deslocarmos a vírgula para a direita uma, duas, três casas decimais, ou seja, tantas casas decimais quantos forem os zeros do multiplicador.

Exemplos :

a) 0,65 **.** 10 = 6,5

b) 2,487 **.** 100 = 248,7

c) 0,067 **.** 100 = 6,7

d) 0,543 **.** 1.000 = 543

Quando o número de casas decimais for menor que o número de deslocamento devemos acrescentar zeros.

a) 3,45 **.** 1000 = 3450

b) 0,39 **.** 10000 = 3900

Assim como fizemos para efetuar cálculos com as quatro operações, vamos aprender a calcular a **potência e a raiz** dos números decimais.

Vamos calcular a potência $(0,23)^3 = \frac{23}{100} \cdot \frac{23}{100} \cdot \frac{23}{100} = \frac{12167}{1000000} = 0,012167$

Modo prático:

Elevamos o numeral ao expoente como se tratasse de um número natural e damos ao resultado tantas casas decimais quanto seja o número de casas decimais da base multiplicado pelo expoente.

$(0,23)^3 \longrightarrow 23 \cdot 23 \cdot 23 = 12167$

2 casa decimais na base e expoente 3, então $2 \cdot 3 = 6$ casas decimais

Portanto, $(0,23)^3 = 0,23 \cdot 0,23 \cdot 0,23 = 0,012167$

Outros Exemplos:

a) Vamos calcular $(1,52)^2$

$(1,52)^2 = 1,52 \cdot 1,52 = 2,3104$

b) Calcular a raiz quadrada de 0,81

$$\sqrt{0,81} = \sqrt{\frac{81}{100}} = \frac{9}{10} = 0,9$$

Outro Exemplo:

Calcule $\sqrt{0,0144}$

$$\sqrt{\mathbf{0,0144}} = \sqrt{\frac{\mathbf{144}}{\mathbf{10000}}} = \frac{\mathbf{12}}{\mathbf{100}} = \mathbf{0,12}$$

Análise a seguinte situação:

Em um restaurante 4 pessoas gastaram R$ 23,84 e resolveram dividir igualmente as despesas. Quanto gastou cada uma pessoa.

Para saber quanto cada pessoa gastou, devemos dividir 23,84 por 4.

$$\frac{2384}{100} \div 4 = \frac{2384}{100} \cdot \frac{1}{4} = \frac{2384}{400} = 5,96$$

Acompanhe a divisão de 2384 por 400.

```
2384 | 400
 384 |  5
```

Observe que na divisão acima o quociente inteiro é 5 e o resto corresponde a 384 unidades. Podemos prosseguir a divisão determinando a parte decimal do quociente. Para a determinação dos décimos do quociente, colocamos uma **vírgula** no quociente e acrescentamos **um zero** ao resto, uma vez que 384 unidades correspondem a 3840 décimos.

```
2384 | 400
3840 |  5,
```

```
2384 | 400
3840 |  5,9
 240
```

Continuamos a divisão para determinar os centésimos acrescentando outro **zero** ao novo resto, uma vez que 240 décimos correspondem a 2400 centésimos.

```
2384 | 400
3840 |  5,96
2400
   0
```

Modo prático:

Igualamos os números de casas decimais, com o acréscimo de zeros; eliminamos as vírgulas e efetuamos a divisão dos números naturais.

23,84 **:** 4

```
23,84 | 4,00
```

```
2384 | 400
3840 |  5,96
2400
   0
```

Logo, cada pessoa gastou R$ 5,96

Outros Exemplos:

a) 2,46 : 0,3

```
2,46 | 0,30
```

```
246 | 30
 60 | 8,2
  0
```

Logo, 2,46 **:** 0,3 = 8,2

b) 14,5 **:** 1,25

```
14,50 | 1,25
```

```
1450 | 125
 200 | 11,6
 750
   0
```

Logo, 14,5 : 1,25 = 11,6

c) 1 **:** 8 **observe que o dividendo é menor que o divisor**

```
1  | 8
10 | 0, 125
20
40
 0
```

Observação:

Para se dividir um número decimal por 10 , 100 , 1000 e assim por diante, basta deslocarmos a vírgula para a esquerda uma, duas, três casas decimais, ou seja, tantas casas decimais quantos forem os zeros do divisor.

Exemplos :

a) 65,7 **:** 10 = 6,57

b) 548,7 **:** 100 = 5,487

c) 6,8 **:** 100 = 0, 068

d) 25 **:** 10000 = 0,0025

Exercícios

1) Calcule:

a) 2,65 x 10

b) 0,04 x 100

c) 4,23 X 1000

d) 0,32 x 1000

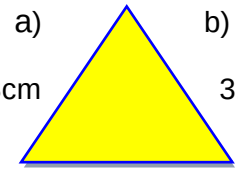
e) 742,6 **:** 100

f) 567 **:** 100

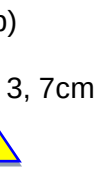
g) 7,6 : 100 h) 83,7 : 1000 i) 68 : 1000

2) Ache o perímetro dos polígonos abaixo:

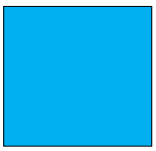
a)



b)

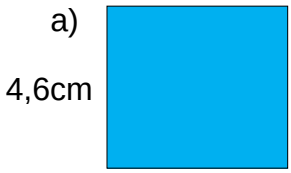


c)



3) Ache a área dos polígonos abaixo:

a)



b)

4) A distância entre a cidade A e a cidade B é de 135,7 quilômetros e a distância entre a cidade B e a cidade C é de 44,56 quilômetros. Determine a distância entre as cidades A e C, se, necessariamente, teremos que passar por B para chegarmos de A a C ?

5) A altura de uma casa era de 2,95 metros. Construído um segundo andar, a altura da casa passou a ser de 6,12 metros. Em quantos metros a casa foi aumentada?

6) Num supermercado o preço do feijão é de R$ 2,35, o preço do arroz é de R$ 1,86 e o preço da farinha de mandioca é de R$ 2,08. Se forem adquiridos os três produtos e pagarmos com uma nota de R$ 10,00, quanto se receberá de troco?

7) Um pecuarista obteve 18 latões de leite num dia. Cada latão contém 17,5 litros de leite. Para revender esse leite ele o colocou em garrafas de 1,5 litros. Quantas garrafas utilizou?

Dízimas periódicas

Para começar, é necessário saber que as frações podem também ser escritas como números decimais:

$\frac{7}{10} = 0,7$ ou seja, 7 : 10 = 0,7

$\frac{125}{100} = 1,25$ ou seja, 125 : 100 = 1,25

$\frac{2}{5} = 0,4$ ou seja, 2 : 5 = 0,4

$\frac{15}{4} = 3,75$ ou seja, 15 : 4 = 3,75

Estes exemplos possuem a sua representação como decimal finito(decimal exato) ou seja, são o resultado de operações de divisão com resultado finito.

Há frações que não possuem a sua representação como decimal finito.

Por exemplo: $\frac{1}{3} = 0,33333..$, $\frac{7}{6} = 1,166666..$

Aos numerais decimais em que há repetição periódica e infinita de um ou mais algarismos, dá-se o nome de numerais **decimais periódicos ou dízimas periódicas**.

Você deve saber, que em uma dízima periódica a parte decimal que repete, recebe o nome de **período ou parte periódica**, a parte que não se repete é chamada de **parte não periódica** e a parte não decimal é a **parte inteira**.

Exemplo:

3,72555...

Período ou parte periódica(5)

Ante-período ou parte não periódica (72)

Parte inteira(3)

Observação: Consideramos **parte não periódica** de uma dízima o termo situado entre a vírgula e o período, portanto **a parte inteira não está incluída**.

Outra notação utilizada para representar uma dízima periodica é colocando um traço sobre o período:

$0,666... = 0,\overline{6}$ $\quad$ $3,04242... = 3,0\overline{42}$

As dízimas classificam-se em dízimas periódicas **simples** e dízimas periódicas **compostas**.

Dízima Periódica Simples

Numa Dízima Periódica Simples, o período aparece imediatamente após a vírgula.

Exemplos: 0,55... , 1,66..., 0,125125...

Dízima Periódica Composta

Numa dízima periódica composta existe entre a virgula e o período uma parte não periódica.

Exemplos: 0,166... , 2,05656... , 0,12444...

Geratriz de uma Dízima Periódica

É possível determinar a fração (número racional) que deu origem a uma dízima periódica. Denominamos esta fração de **geratriz da dízima periódica**.

Procedimentos para determinação de uma dízima:

Dízima simples sem parte inteira

A geratriz de uma dízima simples sem parte inteira é uma fração que tem para numerador o período e para denominador tantos noves quantos forem os algarismos do período.

Exemplos:

a) 0, 555... = $\frac{5}{9}$ (um algarismo no período, um nove)

b) 0,121212... = $\frac{12}{99}$ (dois algarismos no período, dois nove)

c) 0,235235235... = $\frac{235}{999}$

d) 0,666... = $\frac{6}{9}$, que simplificando por 3 fica $\frac{2}{3}$.

Dízima simples com parte inteira

A geratriz de uma dízima simples com parte inteira é uma fração da forma $\frac{a}{b}$,onde:

a → parte inteira seguida do período, menos a parte inteira.

b → tantos noves quantos forem os algarismos do período.

Exemplos:

a)1, 444... = $\frac{14-1}{9} = \frac{13}{9}$

b)14,1818... = $\frac{1418-14}{99} = \frac{1404}{99} = \frac{156}{11}$ (simplificou-se por 9)

Dízima periódica composta

A geratriz de uma dízima periódica composta é uma fração da forma $\frac{a}{b}$, onde:

a → parte inteira seguida da parte não-periódica e do período, **menos** a parte inteira seguida da parte não periódica.

b → **tantos noves** quantos forem os algarismos do **período** seguidos de **tantos zeros** quantos forem os algarismos da **parte não periódica**.

Exemplos:

a) $1{,}2544\ldots = \frac{\overbrace{1254}-\overbrace{125}}{900} = \frac{1129}{900}$

Parte inteira, parte não periódica, parte periódica

Parte inteira, parte não periódica (número sem período)

Dois zeros correspondentes aos algarismos da parte não periódica(25)

Um nove correspondente ao algarismo do período(4)

b) $0{,}52323\ldots = \frac{0523-05}{990} = \frac{518}{990} = \frac{259}{495}$ (simplificou-se por 2)

c) $0{,}0455\ldots = \frac{0045-004}{900} = \frac{41}{900}$

Observação:

Somente a **parte periódica e a parte não periódica** têm relação com o **denominador** da fração geratriz. Portanto, **a parte inteira não tem nenhuma relação.**

Fórmula geral

$$\frac{(\text{número até o período}) \;-\; (\text{número sem o período})}{(\text{nºs de noves em relação ao período})\text{seguido }(\text{nºs de zeros em relação a parte não periódica})}$$

Há outros métodos para achar a fração geratriz, mas quando você está fazendo uma operação convém usar o modo prático acima.

Como ilustração, vamos calcular a fração geratriz de algumas dízimas já estudas usando outros métodos.

1º método

a)1,444... = 1 + 0,444... = 1 + $\frac{4}{9}$ = $\frac{9+4}{9} = \frac{13}{9}$

b) 0,52323... = 0,5 + 0,02323... = $\frac{5}{10} + \frac{0,2323...}{10} = \frac{5}{10} + \frac{1}{10} \cdot 0,2323... = \frac{5}{10} + \frac{1}{10} \cdot \frac{23}{99} =$

$\frac{5}{10} + \frac{23}{990} =$

$= \frac{495+23}{990} = \frac{518}{990} = \frac{259}{495}$

2º método

1) Ache a fração geratriz da dízima 1,444 ...

Chamamos de **x** a fração que gera a dízima.

x = 1,444 ...

Multiplicamos ambos os membros dessa igualdade por 10.

10x = 14,44 ...

Colocamos as igualdades uma em baixo da outra e efetuamos a subtração para eliminar a parte periódica.

10x = 14,44...

- x = 1,44 ...

9x = 13

$x = \frac{13}{9}$

A fração geratriz é $\frac{13}{9}$

2) Ache a fração geratriz da dízima 0,52323 ...

Fazemos x = 0,52323 ..., multiplicamos essa igualdade por 1000 e por 10, para eliminarmos a parte periódica.

1000 x = 523,2323...

- 10 x = 5,2323...

990 x = 518

$x = \frac{518}{990} = \frac{259}{495}$ (simplificou-se por 2)

Observe que usando os métodos acima você perderá muito tempo para encontrar a fração geratriz. Então, convém que numa operação você use o método prático.

Exercícios:

1) Transformar cada fração em números decimais:

a) $\frac{3}{4}$ b) $\frac{11}{5}$ c) $\frac{23}{6}$

2) Determine a fração irredutível dos seguintes números decimais:

a) 0,666... b) 0,6 c) 0,303030...

d) 0,75 e) 2,151515... f) 6,1232323...

g) 1,3 h) 1,333... i) 0,005

3) Determine o valor das expressões:

a) 0,1515... - 0,333... b) $\frac{3}{5}$. 0,555... + $\frac{1}{3}$.0,666... + 0,4

4) O valor de $\sqrt{0{,}444\ldots}$ é:

a) 0, 0444... b) 0,222... c) 0, 666... d) 0,2

Bibliografia

Claudio & Ênio, Matemática, Compreensão e prática. São Paulo, Moderna.

Sites:

http://www.somatematica.com.br

Escola 24 horas - http://www.escola 24h.com.br

http://www.matematica.com.br